

tema 47

DIBUJO

47. Construcciones geométricas fundamentales. Ángulos en la circunferencia, arco capaz, potencia, eje y centro radical.

- 47.1. Construcciones geométricas fundamentales: paralelismo, perpendicularidad, ángulos, circunferencia, otras construcciones geométricas.
- 47.2. Ángulos en la circunferencia.
- 47.3. Potencia de un punto respecto de una circunferencia.
- 47.4. Eje radical de dos circunferencias.
- 47.5. Centro radical de tres circunferencias.



SIMBOLOGÍA UTILIZADA EN EL TEMARIO

NOTA ENLACE



Link con otros temas del temario oficial. Para que aproveches al máximo tu tiempo de estudio y para que tengas en cuenta en todo momento los bloques de contenido del temario.

CONSEJO



Indicaciones, consejos y pequeños trucos que, al margen del desarrollo expositivo del tema, pueden ayudarte en tu preparación.

PREGUNTA CLAVE



Preguntas de respuesta abierta, situadas al final de un epígrafe o fragmento del tema, cuya respuesta te da las claves para saber si has asimilado o no el fragmento que acabas de estudiar o leer.

RECORDANDO CONCEPTOS



Recordatorio de conceptos básicos o previos, que has de tener en cuenta para un óptimo estudio del tema. Nociones aclaratorias vinculadas con el tema tratado.

NOTA



Una aclaración o nota al margen de la exposición del tema. Sólo la encontrarás en casos excepcionales.

CONSULTA EN EL ANEXO



Remisión al apéndice o al anexo del temario o del tema en concreto para que amplíes la información legislativa de tu Comunidad o sobre cualquier otro aspecto relevante.

1. CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS FUNDAMENTALES: PARALELISMO, PERPENDICULARIDAD, ÁNGULOS, CIRCUNFERENCIA, OTRAS CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

- 1.1. ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA
- 1.2. PARALELISMO
 - 1.2.1. Definición
 - 1.2.2. Trazado de rectas paralelas
- 1.3. PERPENDICULARIDAD
 - 1.3.1. Definición
 - 1.3.2. Construcciones de perpendicularidad
- 1.4. BISECTRIZ DE UN ÁNGULO
- 1.5. TRIÁNGULOS
 - 1.5.1. Definición
 - 1.5.2. Clasificación
 - 1.5.3. Líneas y puntos notables del triángulo
 - 1.5.4. Trazado a partir de sus elementos
- 1.6. CUADRILÁTEROS
 - 1.6.1. Definición
 - 1.6.2. Clasificación
 - 1.6.3. Trazado a partir de sus elementos
- 1.7. LUGAR GEOMÉTRICO. CIRCUNFERENCIA
- 1.8. TANGENCIAS ENTRE RECTAS Y CIRCUNFERENCIAS
- 1.9. ÁNGULOS
 - 1.9.1. Definición, clases
 - 1.9.2. Relaciones métricas entre ángulos
 - 1.9.3. Operaciones con ángulos

2. ÁNGULOS DE LA CIRCUNFERENCIA

- 2.1. ÁNGULO CENTRAL
- 2.2. ÁNGULO INSCRITO β
- 2.3. ÁNGULO SEMIINSCRITO β
- 2.4. ÁNGULO INTERIOR
- 2.5. ÁNGULO EXTERIOR

3. POTENCIA DE UN PUNTO RESPECTO A UNA CIRCUNFERENCIA

4. EJE RADICAL DE DOS CIRCUNFERENCIAS

5. CENTRO RADICAL DE TRES CIRCUNFERENCIAS

6. ARCO CAPAZ

6.1. DEFINICIÓN Y CONSTRUCCIÓN

6.2. APLICACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

6.2.1. Determinar el arco capaz de 135° para el segmento AB

6.2.2. Construcción de un triángulo conocidos un lado a , la altura correspondiente a dicho lado h_a y el ángulo opuesto α

INTRODUCCIÓN

En este tema abordaremos el estudio de algunos elementos, conceptos básicos y construcciones fundamentales de geometría. Éstas serán las herramientas que necesitaremos para solucionar cualquier problema geométrico. Las relaciones que se establecen entre ellos y su aplicación nos facilitarán la elaboración y posterior resolución de construcciones más complejas.

No se deben aprender de memoria, sino que, a partir de datos y basándonos en las propiedades geométricas de cada caso, se ha de razonar el problema y para así fijar las propiedades que nos permitan su resolución con rapidez y precisión de los ejercicios.

A menudo se precisa conocer la medida exacta que tienen ángulos concretos, en este tema aprenderemos a calcularlos gráficamente a partir de ángulos que ocupan posiciones definidas más sencillas.



Al tratarse este tema de las herramientas que se van a utilizar en el desarrollo del bloque relativo a la geometría, todos los temas hacen referencia a éste continuamente.

1. CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS FUNDAMENTALES: PARALELISMO, PERPENDICULARIDAD, ÁNGULOS, CIRCUNFERENCIA, OTRAS CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

1.1. ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

El fundamento de la geometría se encuentra en la definición de los elementos básicos constitutivos que explicaremos a continuación:

► Punto

Es el elemento básico más simple, carece de forma y dimensiones. Es resultado de la intersección de dos líneas; se designa por una letra mayúscula (P, A, S, N...).



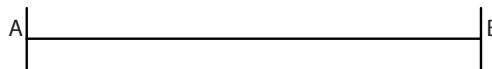
► Línea recta

Es una sucesión de puntos en una misma dirección, sin principio ni final. Es resultado de la intersección de dos planos. Se nombra por una letra minúscula (r, s, t...).



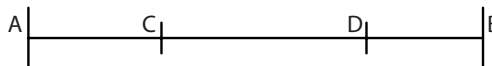
► Segmento

Parte de una recta definida por dos puntos de la misma y los situados entre ambos. Se designa con una letra minúscula (r, s, t...).



► Semirrecta

Un punto determina sobre una recta dos semirrectas. En la figura, los puntos A, B, C y D delimitan las semirrectas AC, CD y DB.



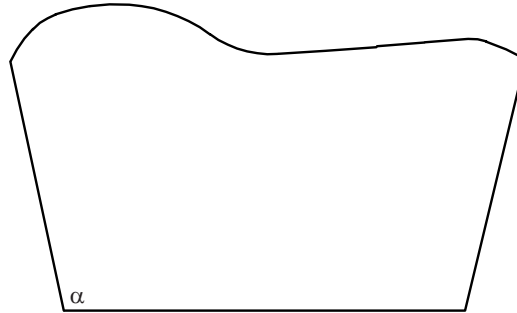
► Línea curva

Es la sucesión de puntos que no están en la misma dirección.



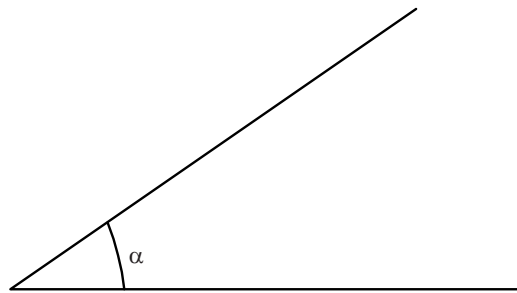
► Plano

Es la superficie determinada por tres puntos no alineados; dos rectas que se cortan: dos rectas paralelas; una recta y un punto exterior. Se les nombra con letras griegas minúsculas (α , β).



► Ángulo

Se denomina así a la porción de un plano que delimitan dos semirrectas con un origen común. Se denomina con letras griegas mayúsculas (α , β), y en ocasiones con las letras mayúsculas (A, B)



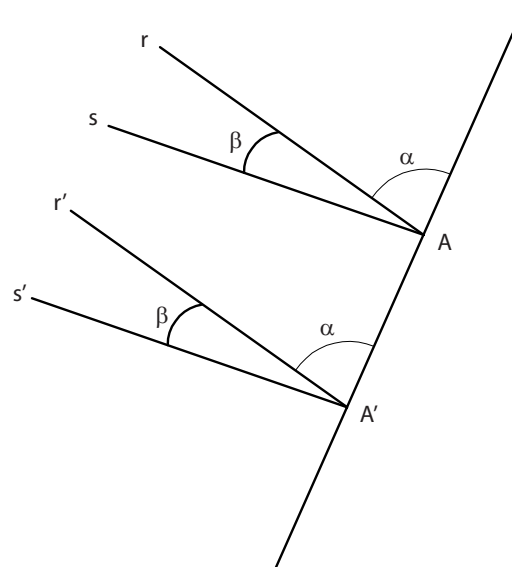
1.2. PARALELISMO

1.2.1. Definición

Rectas paralelas son aquellas que estando en un mismo plano, no se cortan por más que se prolonguen en un espacio finito, sino que equidistan en toda su longitud.

El símbolo que se utiliza para designar las rectas paralelas es //.

En la figura, s y s' son rectas paralelas al igual que r y r' entre sí.



1.2.2. Trazado de rectas paralelas

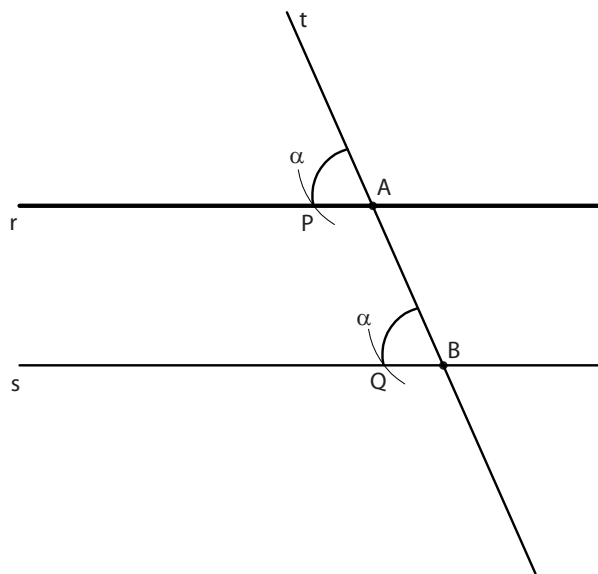


Recueda que las letras minúsculas hacen referencia a segmentos o rectas y las letras mayúsculas a puntos.

► Trazado de una recta r paralela a otras por un punto exterior A

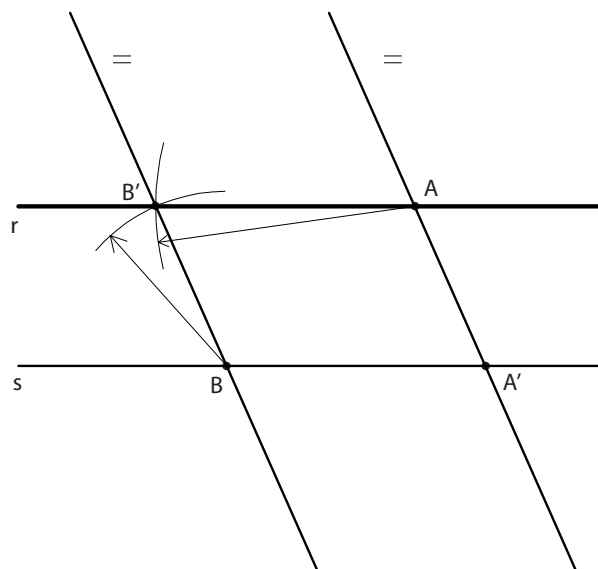
■ Caso 1. Partimos de una recta s que pasa por el punto B , y un punto exterior a ella A

1. Trazamos una segunda recta t , secante a la anterior y que pasa por A y B .
2. A partir de A transportamos el ángulo que forman s y t obteniendo el punto P .
3. La recta r que pasa por A y P es paralela a la recta s y pasa por A .



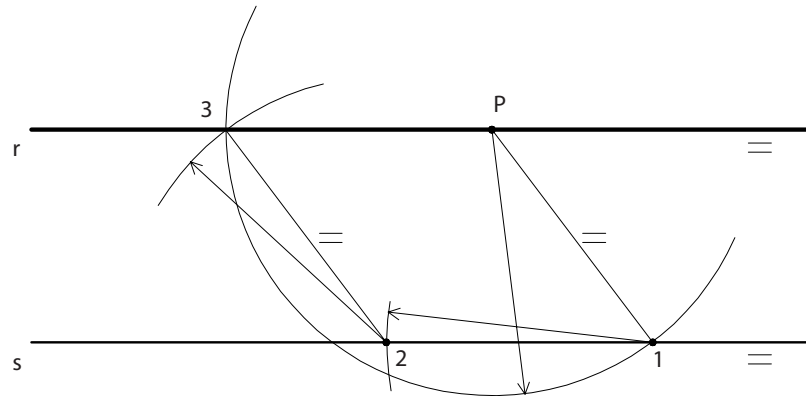
■ Caso 2. Partimos de una recta s , y un punto exterior a ella A

1. Trazamos una segunda recta t que pasa por A , dicha recta es secante a la anterior y la corta en A' .
2. Tomamos un punto B cualquiera sobre la recta s y con centro en dicho punto B y radio AA' trazamos un arco.
3. Trazamos un segundo arco con centro en A y radio $A'B$ que corta al anterior en B' .
4. La recta AB' es paralela a s y pasa por A .



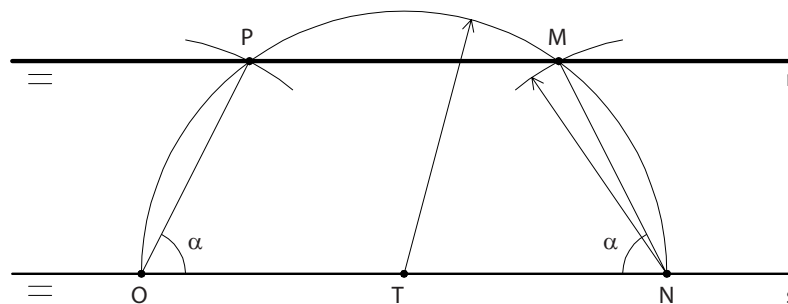
■ **Caso 3. Partimos de una recta s y un punto exterior a ella P**

1. Trazamos arco cualquiera que corta a la recta dada s en 1, con el mismo radio trazamos un segundo arco de centro 1 que corta a s en 2.
2. Por último se traza un tercer arco, con idéntico radio y centro en 2 que corta al primer arco en 3.
3. La recta $P3$ es paralela a s .



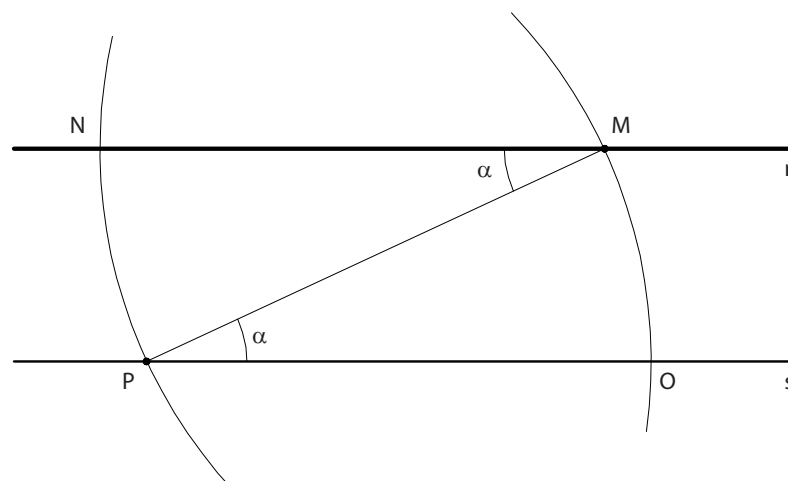
■ **Caso 4. Partimos de una recta s y un punto exterior a ella M**

1. Trazamos un arco de centro un punto T cualquiera de la recta s y radio TM que corta a la recta O y N .
2. Con centro en O y radio NM trazamos otro arco que corta al primero en P .
3. La recta PM es paralela a s .



■ **Caso 5. Partimos de una recta s que pasa por el punto P y un punto exterior a ella M**

1. Trazamos un arco de centro P y radio PM que corta a la recta s en O .
2. Trazamos un arco con centro en M y radio MP .
3. Trazamos un arco AC con centro en P . La intersección de los dos arcos es el punto N .
4. La recta MN es paralela a s .

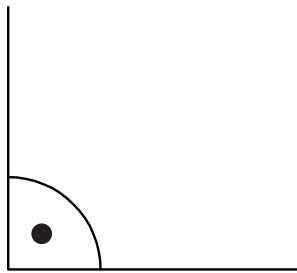


1.3. PERPENDICULARIDAD

1.3.1. Definición

Desde un punto exterior a una recta pueden trazarse infinitas rectas que la cortan. La de menor distancia y que corta la recta formando un ángulo de 90° es la perpendicular.

La perpendicularidad puede indicarse mediante dos segmentos en forma de T invertida (\perp), dos segmentos del ángulo recto (L) o añadiéndole el arco de cuadrante de circunferencia entre los lados y un punto entre ellos



1.3.2. Construcciones de perpendicularidad

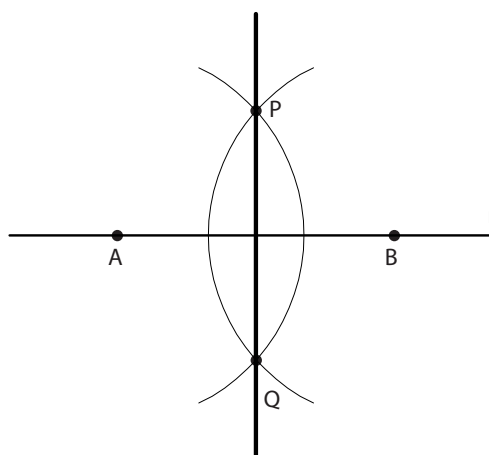
► Mediatriz de un segmento

La recta que forma 90° por el punto medio de un segmento recibe el nombre de mediatriz. Dicha mediatriz es el eje de simetría del segmento.

► Construcción

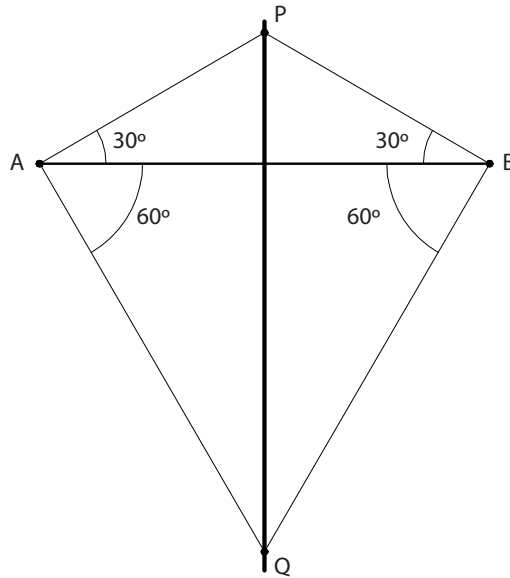
■ Caso 1

Siendo A, B, los extremos del segmento dado, las intersecciones de dos circunferencias de igual radio trazadas con centro en ellos son dos puntos M y N que equidistan de ambos, la recta MN que los une es la mediatriz buscada.



■ Caso 2

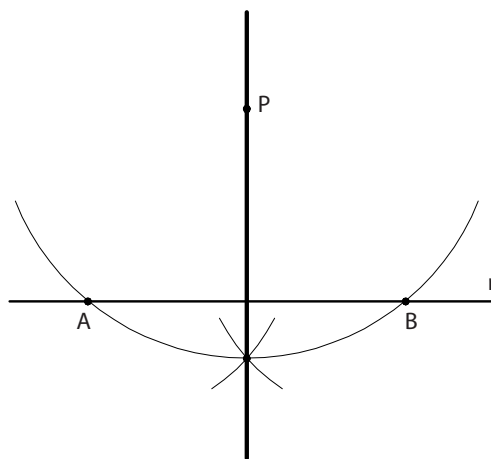
Siendo A, B, los extremos del segmento dado, las intersecciones de dos ángulos idénticos trazados desde ambos son dos puntos P y Q que equidistan de A y B. La recta que los une es la mediatriz buscada.



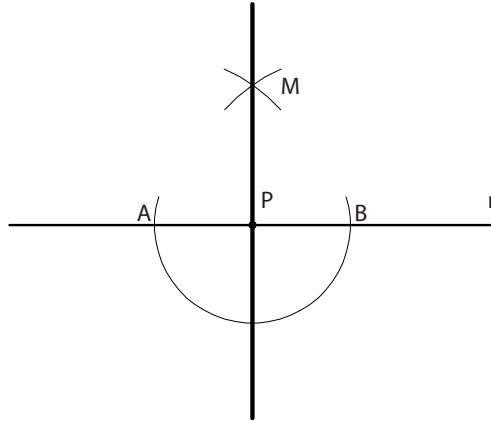
► Aplicaciones del trazado de rectas perpendiculares basándose en la definición de mediatriz

■ Caso 1. Perpendicular a una recta r desde un punto exterior P

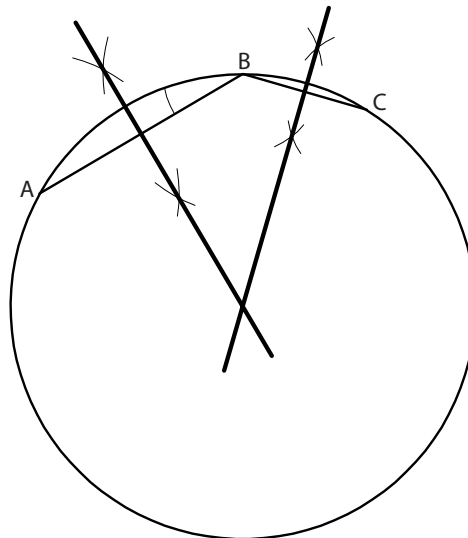
1. Trazamos arco con centro en P que corta a la recta r en A y B.
2. La mediatriz de AB es perpendicular a r y pasa por P.



- **Caso 2. Perpendicular a una recta r desde un punto P que pertenece a ella**
 1. Trazamos arco con centro en P que corta a la recta r en A y B .
 2. La mediatriz de AB es perpendicular a r y pasa por P .



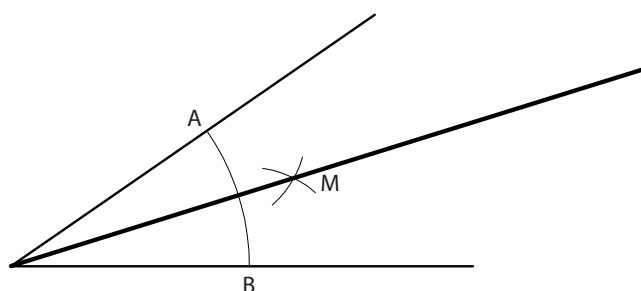
- **Caso 3. Cálculo del centro de una circunferencia que pasa por tres puntos dados A, B, C**
 1. Unimos dos pares cualesquiera de dichos puntos.
 2. Trazamos las mediatrices de los segmentos así obtenidos.
 3. La intersección de dichas mediatrices es el centro de la circunferencia buscada



1.4. BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

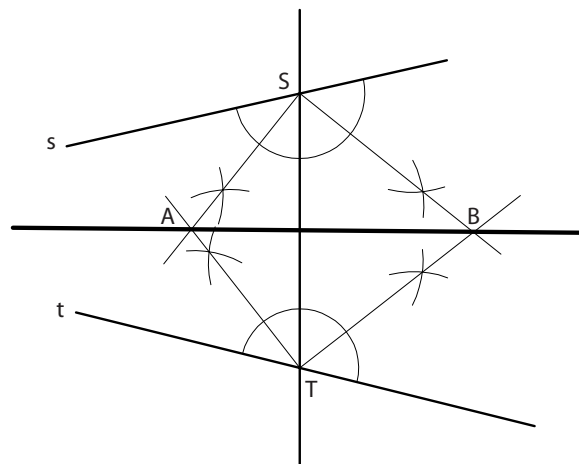
La recta que divide un ángulo en dos partes iguales se denomina bisectriz. Dicha bisectriz es eje de simetría del ángulo.

- ▶ **Trazado de la bisectriz de un ángulo dado cuyos vértices se cortan en el dibujo**
 1. Trazamos un arco con centro en el vértice del ángulo que corta a sus lados en los puntos A y B .
 2. La mediatriz del segmento AB es eje de simetría del ángulo, es la bisectriz buscada.



► Trazado de la bisectriz de un ángulo dado cuyos vértices se cortan fuera del dibujo

1. Partimos de dos rectas s y t que se cortan fuera del dibujo.
2. Trazamos una recta secante que corta a s y t en los puntos S y T .
3. Dibujamos las bisectrices de los arcos que forman. Dichas bisectrices se cortan en los puntos A y B . La recta AB es bisectriz del ángulo formado por s y t .



1.5. TRIÁNGULOS

1.5.1. Definición

El triángulo es la figura plana limitada por tres rectas que se cortan dos a dos. Tiene tres lados y tres ángulos.

Los vértices se designan con letras mayúsculas y los lados opuestos con las mismas letras pero minúsculas.

Sus ángulos se nombran con las letras griegas correspondientes.

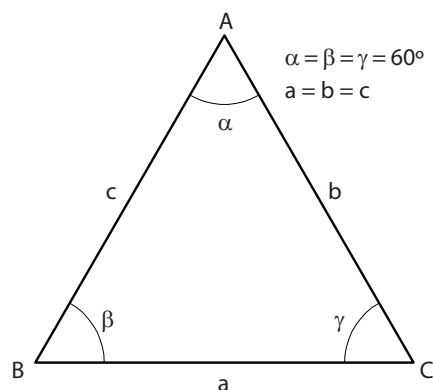
La suma de los tres ángulos de un triángulo es 180° .

Cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos lados, y menor que su diferencia.

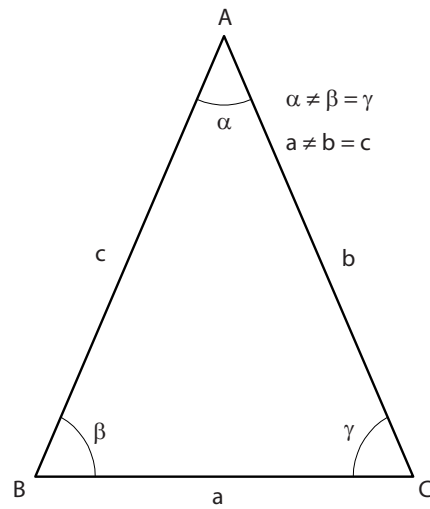
1.5.2. Clasificación

Según sus lados:

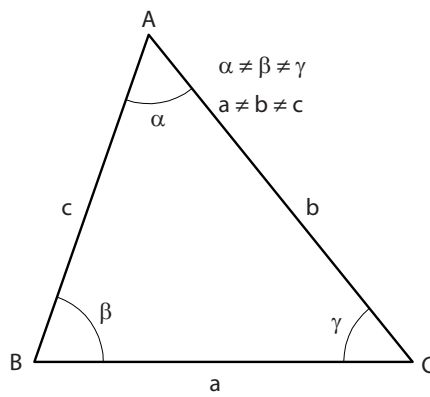
- **Equilátero**, tiene los tres lados y los tres ángulos iguales.



- **Isósceles**, tiene dos lados y dos ángulos iguales.

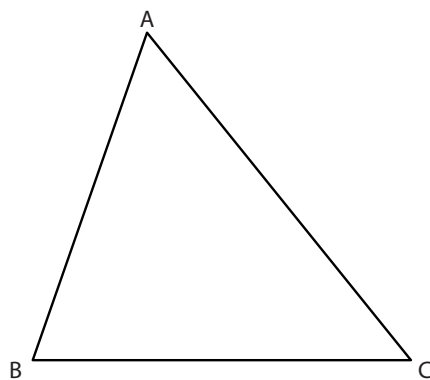


- **Escaleno**, los tres lados y ángulos son desiguales.

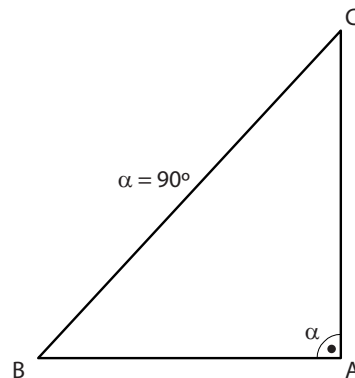


Según sus ángulos.

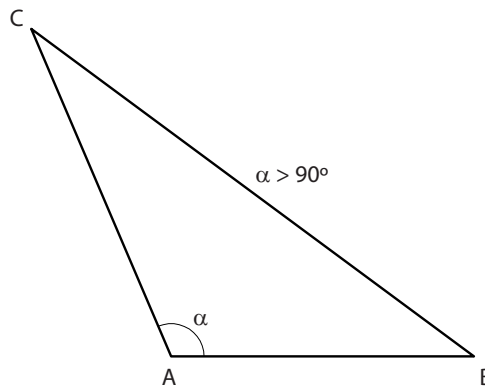
- **Acutángulo**, los tres ángulos son agudos.



- **Rectángulo**, tiene un ángulo recto.



- **Obtusángulo**, uno de sus ángulos es obtuso.



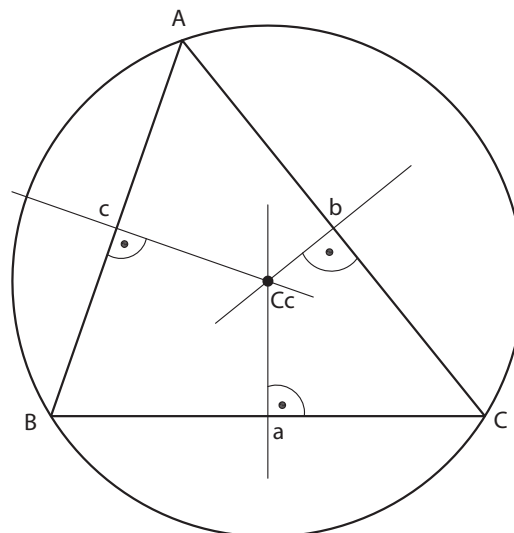
1.5.3. Líneas y puntos notables del triángulo

- Circuncentro y circunferencia circunscrita

Mediatriz de un lado: es la recta perpendicular al lado que lo divide en dos segmentos de igual longitud.

Las tres mediatrices se cortan en un punto llamado circuncentro C_c .

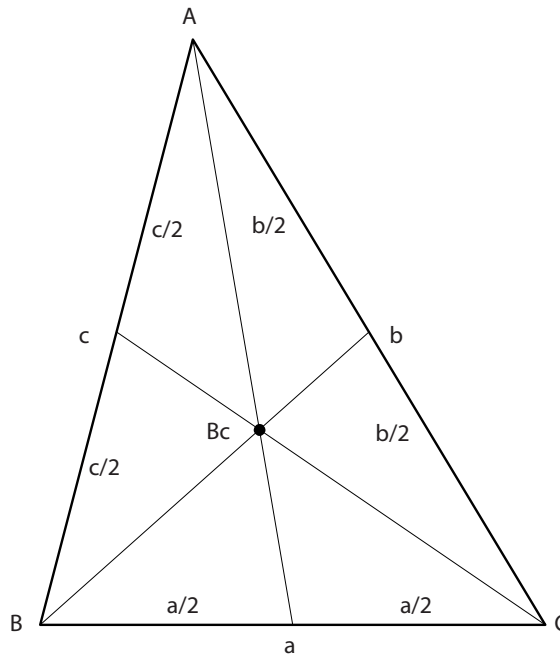
La circunferencia de centro C_c y radio la distancia de dicho punto a cualquiera de los vértices del triángulo es la circunferencia circunscrita del triángulo.



► Baricentro

Mediana de un lado: es la recta que une un vértice con la mitad del lado opuesto.

El punto de corte de las tres medianas de un triángulo es el baricentro B_c . Este punto es el centro de gravedad del triángulo.

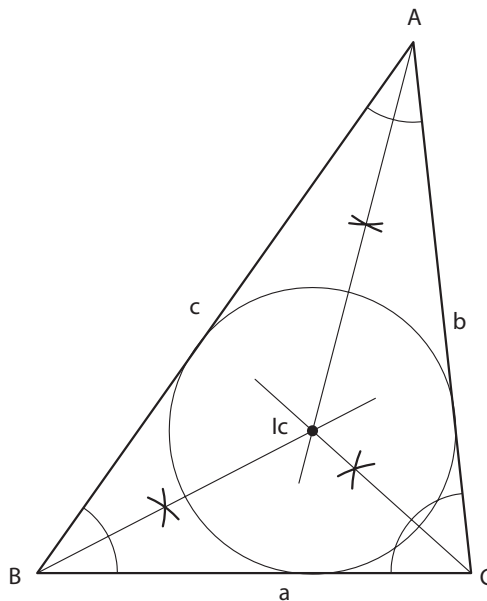


► Incentro y circunferencia inscrita

Bisectriz del ángulo de un triángulo: es la recta que lo divide en dos partes iguales

El punto de corte de las tres bisectrices de los ángulos de un triángulo es el incentro I .

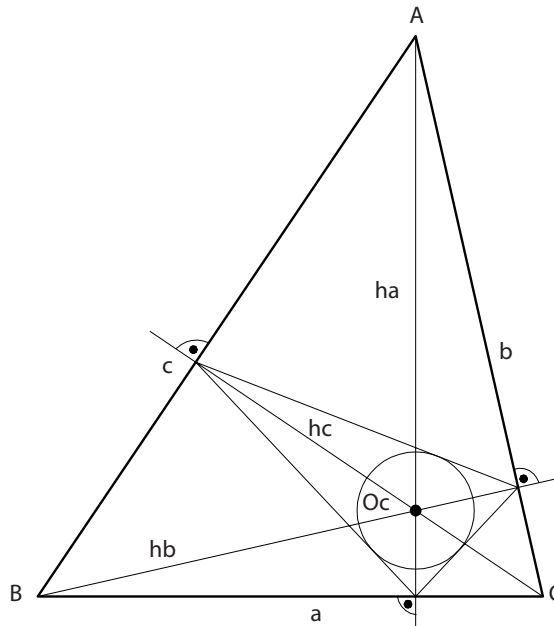
La circunferencia de centro I y radio la perpendicular desde el incentro a cualquiera de los lados es la circunferencia inscrita en el triángulo.



► Ortocentro

Altura de un triángulo: es la recta perpendicular desde un vértice hasta el lado opuesto.

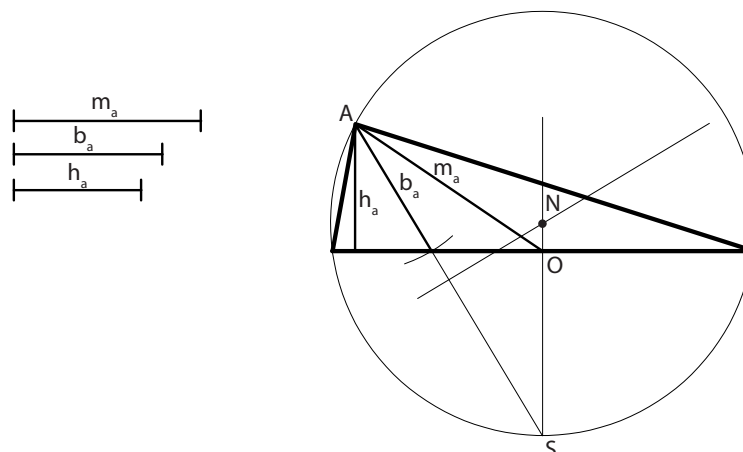
El punto de corte de las tres alturas de un triángulo es el ortocentro O . Uniendo los pies de las perpendiculares se obtiene el triángulo órtico del anterior y O_c es el centro de la circunferencia inscrita en este triángulo.



1.5.4. Trazado a partir de sus elementos

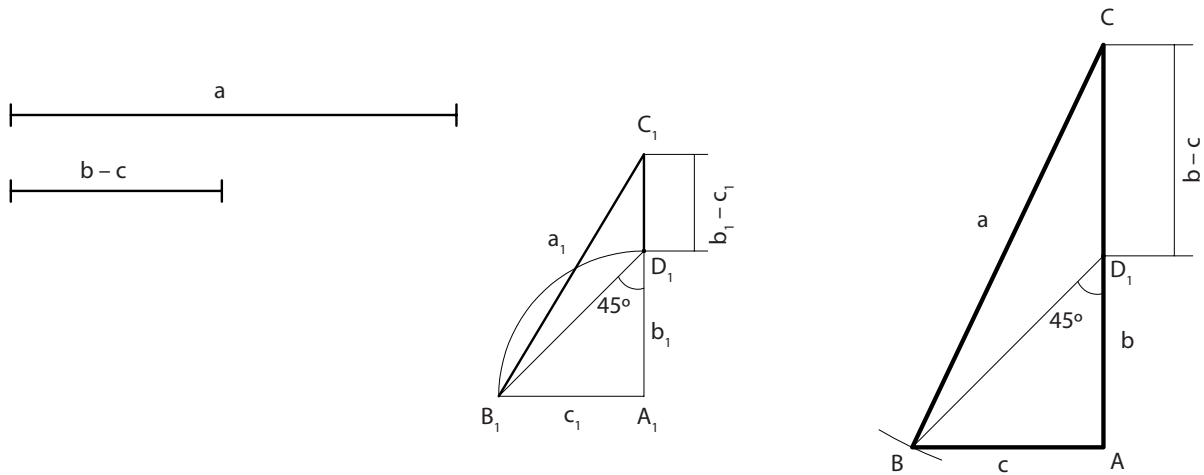
► Trazado de un triángulo a partir de la mediana, altura y bisectriz de un lado

1. Se construye el triángulo ARO con la **altura** y la **mediana**.
2. Con centro en A y radio la bisectriz se traza un arco que corta a RO en M.
3. Trazamos la perpendicular a RO por O hasta que corte a la prolongación de la bisectriz de A. Ambos se cortan en S.
4. La mediatriz de SA corta a la perpendicular por O en N.
5. N es el centro de la circunferencia en la que se inscribe el triángulo ABC que se pide.



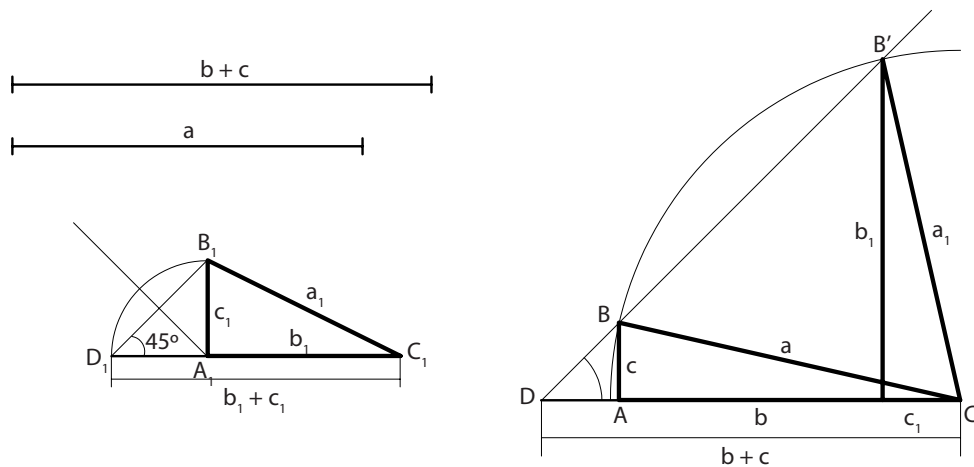
► Trazado de un triángulo rectángulo conocidos la hipotenusa (a) y la diferencia de los catetos ($b - c$)

1. Partimos de un triángulo ficticio $A_1B_1C_1$.
2. Llevamos c_1 sobre b_1 y se un D_1 con B_1 .
3. Vemos así que el ángulo en D_1 es de 45° .
4. Con los datos que nos dan en el ejercicio seguiremos los mismos pasos.
5. Se toma el segmento $b - c$ y a partir de D se construye un ángulo de 45° .
6. Con centro en C y radio a , se corta en B al lado del ángulo construido.
7. Por B se traza la perpendicular al lado b y queda completado el triángulo.



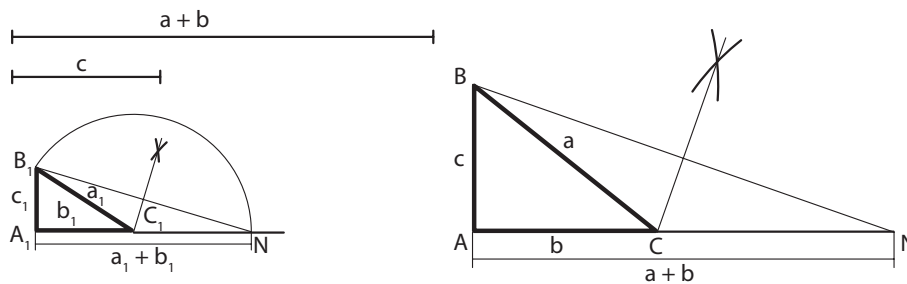
► Trazado de un triángulo rectángulo conocidos la hipotenusa y la suma de los catetos ($a + b$)

1. En el lado izquierdo de la figura se supone resuelto el problema.
2. Se lleva c_1 a continuación de b_1 , y la recta B_1D_1 forma 45° con la prolongación de d_1 .
3. Realizaremos por lo tanto lo mismo con los datos del problema.
4. Se sitúa el segmento $b + c$, se construye en D el ángulo de 45° y desde C_2 se corta con radio a al lado del ángulo de 45° , recta DH .
5. Desde los puntos B y B_2 se trazan las perpendiculares al lado b , obteniendo dos soluciones iguales.



► Trazado de un triángulo rectángulo conocidos un cateto (c) y la suma de la hipotenusa y el otro cateto ($a + b$)

1. En el lado izquierdo de la figura se supone resuelto el problema.
2. La mediatriz de B_1N pasa por C_1 , y éste unido a B_1 nos da el triángulo.
3. Realizaremos por lo tanto lo mismo con los datos del problema.
4. Según esto, sobre los lados de un ángulo recto se toman los segmentos c y $a+b$, siendo los extremos B y N
5. La mediatriz de BN nos da el punto C , tercer vértice del triángulo que se nos pide en el enunciado



¿Qué son los puntos notables de un triángulo?

Partiendo de un triángulo cualquiera, ¿dónde se cortan la bisectriz de uno de sus ángulos y la mediatriz del lado opuesto?

1.6. CUADRILÁTEROS

1.6.1. Definición

Un cuadrilátero es una figura plana poligonal cerrada, compuesta por cuatro rectas que se cortan dos a dos.

Tiene dos diagonales (unión de dos vértices no consecutivos) y cada una de ellas divide al cuadrilátero en dos triángulos.

1.6.2. Clasificación

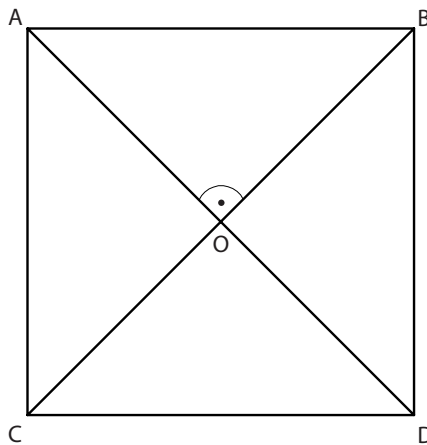
Hay dos tipos de cudriláteros:

1. **Paralelogramo**: tiene los lados paralelos dos a dos.

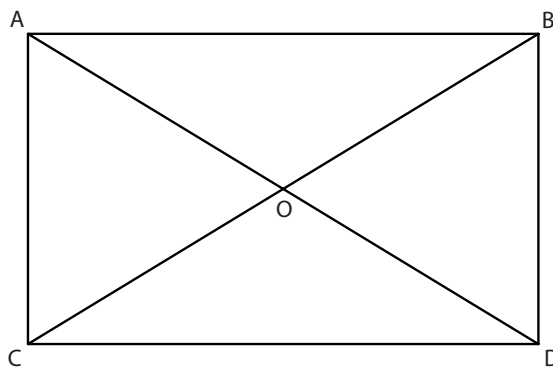
– *Cuadrado*. Lados **iguales**, ángulos de 90° , diagonales iguales y perpendiculares entre sí.



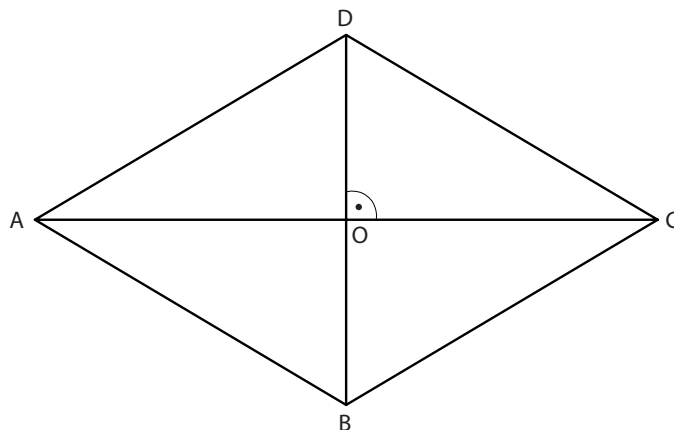
Bisectriz: recta que divide un ángulo en dos partes iguales.



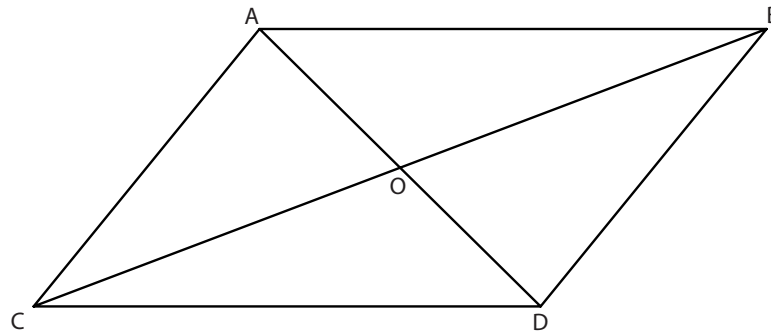
– *Rectángulo*. Lados contiguos **desiguales** y paralelos dos a dos, ángulos de 90° . Las diagonales son iguales, oblicuas y se bisecan.



– *Rombo*. Los cuatro lados iguales y paralelos dos a dos pero oblicuos entre sí. Las diagonales son desiguales, **perpendiculares** y se bisecan.

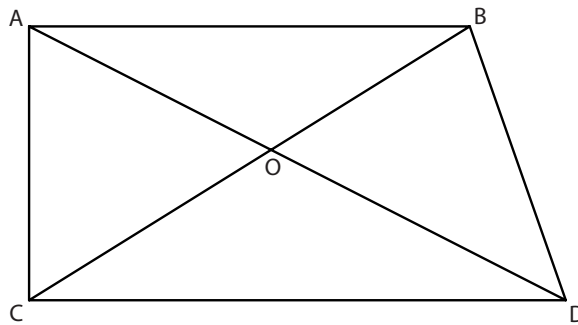


- *Romboide*. Lados iguales y paralelos dos a dos. Las diagonales son desiguales, oblicuas y se bisecan.

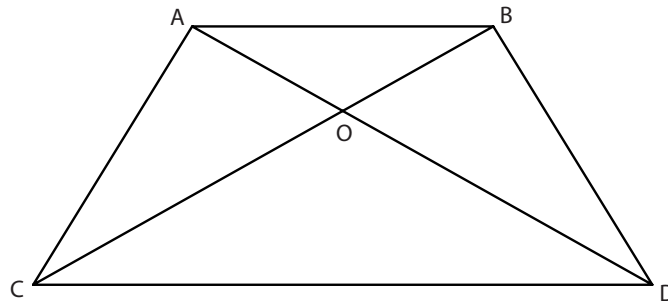


2. Trapecios. Dos lados paralelos y dos oblicuos.

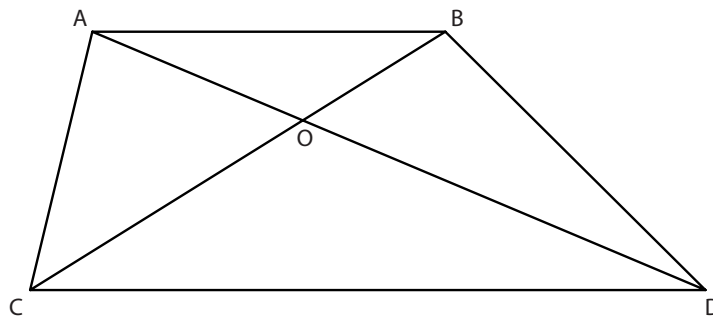
- *Trapezio rectángulo*. Dos lados paralelos y dos ángulos rectos. Las diagonales son desiguales y oblicuas.



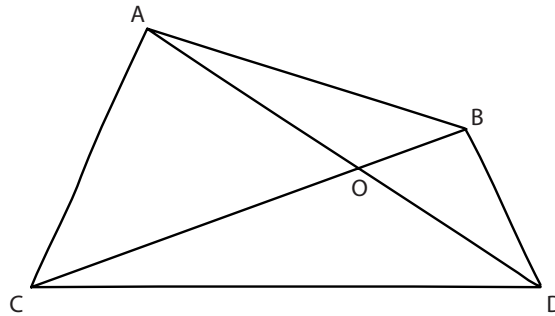
- *Trapezio isósceles*. Dos lados paralelos y los ángulos iguales dos a dos.



- *Trapezio escaleno*. Dos lados paralelos y los ángulos desiguales.



- *Trapezoides*. No tienen ningún lado paralelo. Tanto los ángulos como los lados son diferentes. Las diagonales son desiguales, oblicuas y no se bisecan.

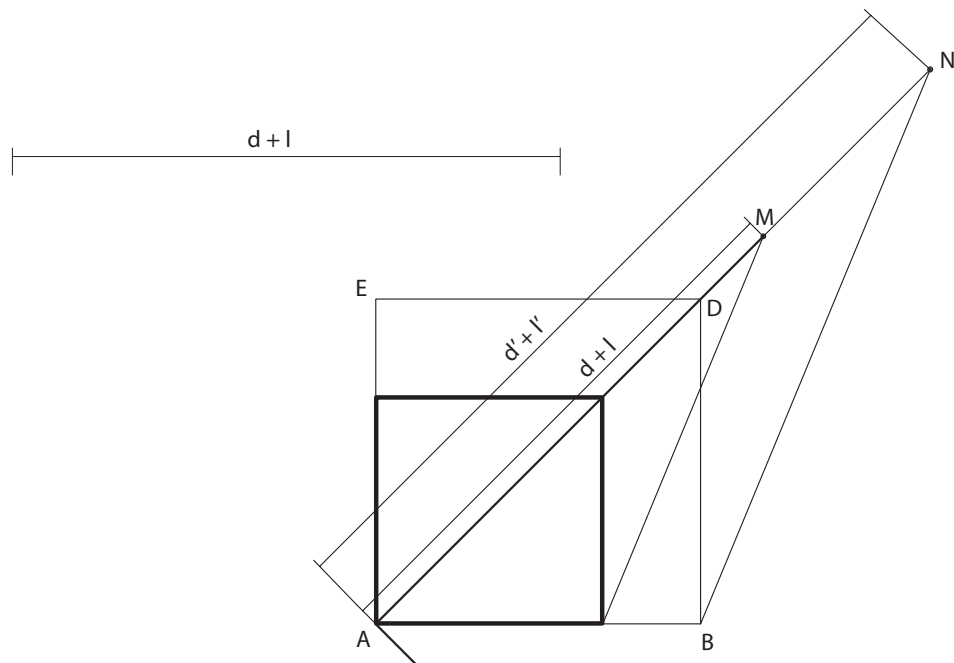


1.6.3. Trazado a partir de sus elementos

- ▶ Trazado de un cuadrado del que se conocen la suma de la diagonal más un lado

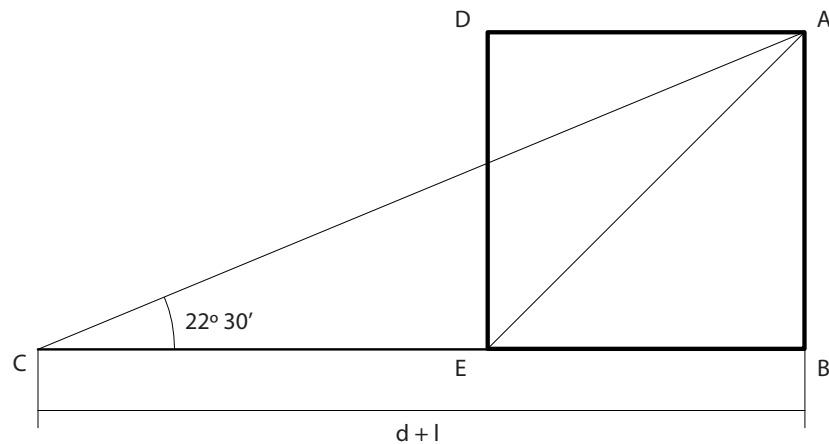
■ Caso 1

- Partimos de un cuadrado cualquiera ABED de lado $L_1 = AB$ y sobre la diagonal llevamos la medida $L_1 + D'$ obteniendo el punto N.
- Unimos BN.
- Con los datos del problema y a partir del vértice A llevamos sobre la diagonal $L + D$ obteniendo el punto M.
- La recta paralela a BN desde M corta a AB en el punto C.
- El cuadrado que nos piden tiene por lado AC.



■ **Caso 2**

- Partimos de un segmento $D + L$.
- Desde el extremo C construimos un ángulo de $22^{\circ}30'$ (cuarta parte del ángulo de 90°).
- Por el extremo B trazamos un perpendicular a CB .
- El punto de corte de ambas rectas es A , vértice del cuadrado.
- El cuadrado que nos piden en el problema tiene por lado BA .



1.7. LUGAR GEOMÉTRICO. CIRCUNFERENCIA

Lugar geométrico. Es el conjunto de los puntos del plano que cumplen una condición determinada o gozan de una propiedad común.

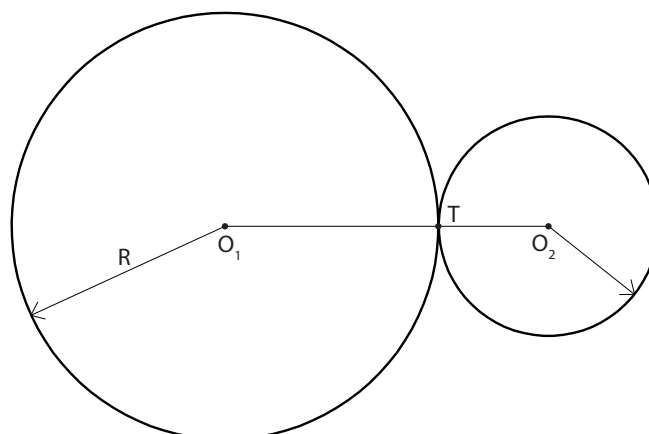
La **circunferencia** es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de otro fijo. Este punto se denomina centro y la distancia entre él y cualquiera de los pertenecientes a la circunferencia, radio.

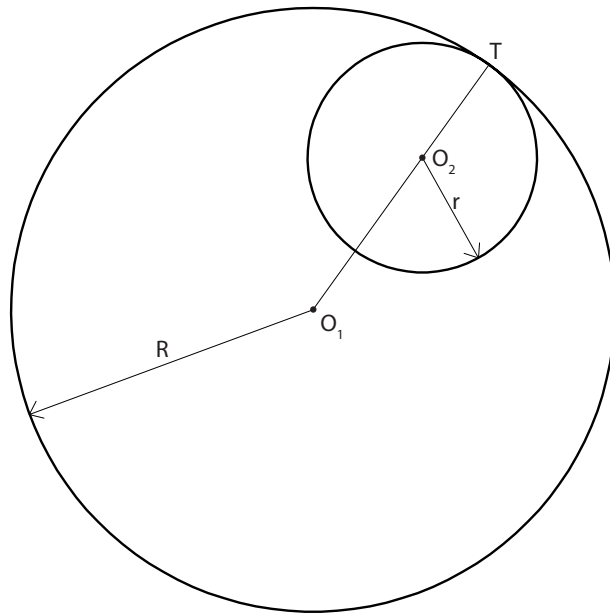
El diámetro es la cuerda de la circunferencia que pasa por el centro y la divide en dos partes iguales llamadas semicircunferencias

1.8. TANGENCIAS ENTRE RECTAS Y CIRCUNFERENCIAS

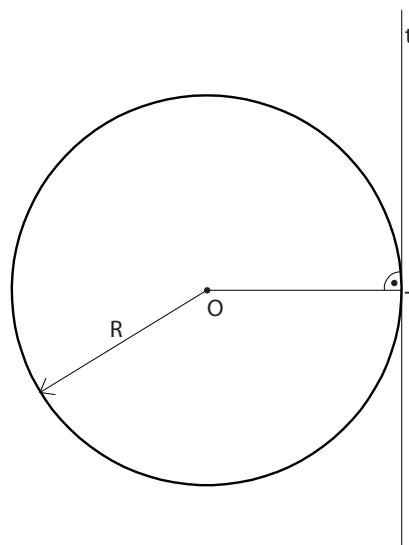
► **Relaciones geométricas básicas entre las rectas y las circunferencias**

1. Si dos circunferencias son tangentes entre sí, el punto de tangencia está contenido en la recta que une los centros si son exteriores o en su prolongación si son interiores. Las distancias entre centros serán suma o diferencia de radios respectivamente.

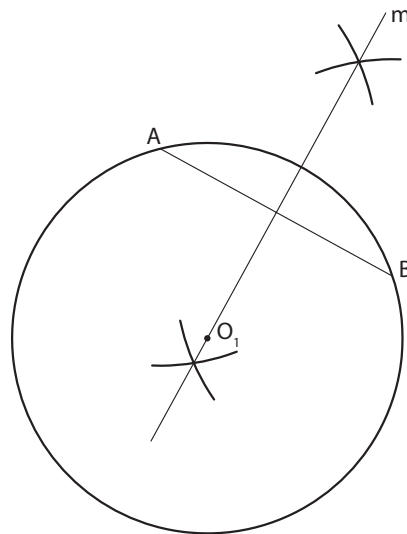




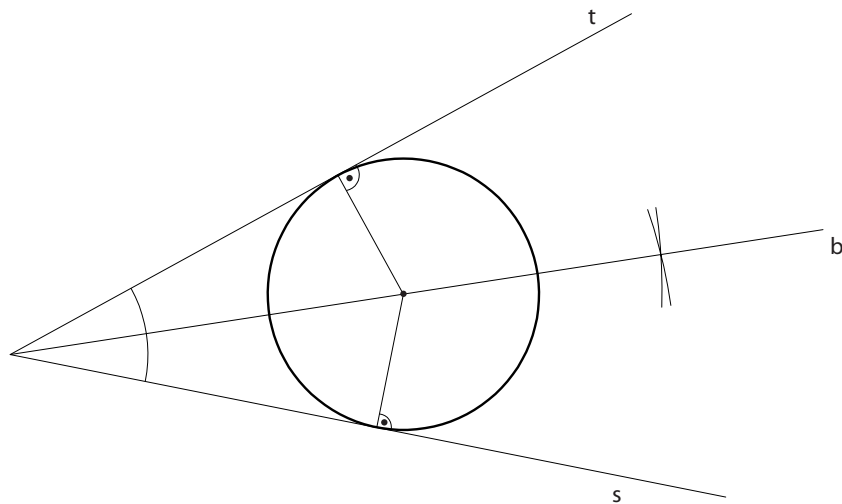
2. Si una recta y una circunferencia son tangentes, el punto de tangencia es el pie de la perpendicular trazada desde el centro de dicha circunferencia a la recta tangente.



3. El centro de una circunferencia se encuentra en la mediatriz de la cuerda que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.



4. La bisectriz de dos rectas contiene el centro de la circunferencia tangente a ambas.



Partiendo de tres circunferencias tangentes entre sí dos a dos, buscar todas las propiedades que cumple dicha construcción.

1.9. ÁNGULOS

1.9.1. Definición, clases

► Definición

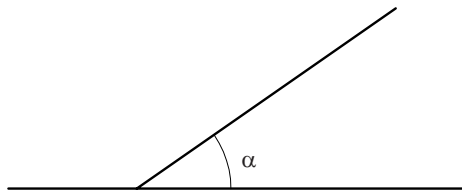
Llamamos plano a la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen un mismo punto de origen.

Otra definición sería, la amplitud entre dos líneas cualesquiera que concurren en un mismo punto llamado vértice.

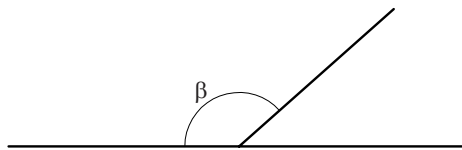
► Clases de ángulos

Los ángulos podemos clasificar de la siguiente manera:

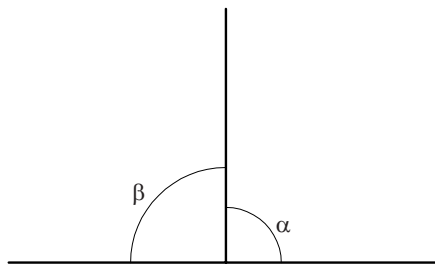
- *Ángulo agudo.* Ángulo menor que su adyacente. Menor de 90° .



- *Ángulo obtuso.* Ángulo mayor que su adyacente. Mayor de 90° .



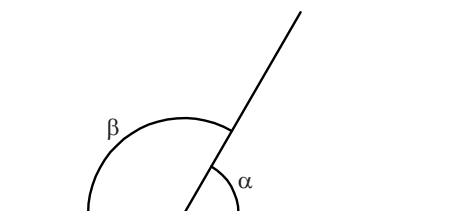
- *Ángulo recto.* Ángulo igual que su adyacente. 90° .



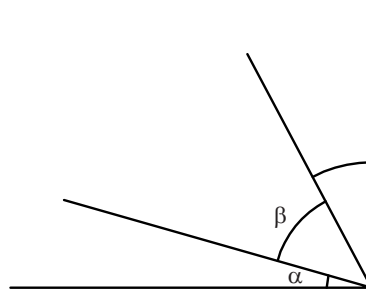
- *Ángulo llano.* Ángulo que forma 180° .



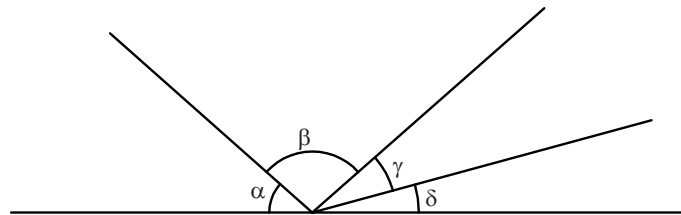
- *Adyacentes o consecutivos.* Aquellos que tienen el vértice y un lado común y el otro en prolongación formando un ángulo llano (180°).



- *Ángulos complementarios.* La suma de sus ángulos es 90° .



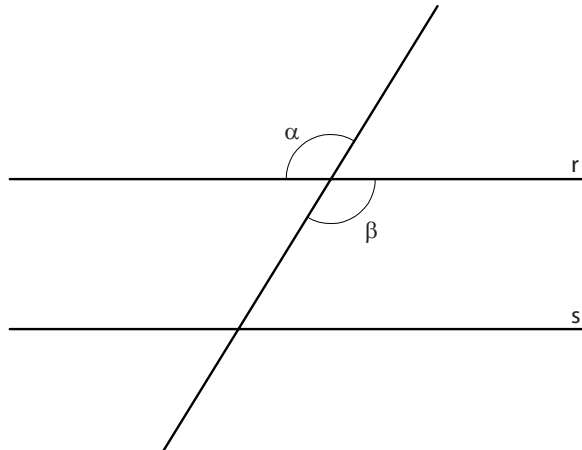
- *Ángulos suplementarios.* La suma de sus ángulos es 180° .



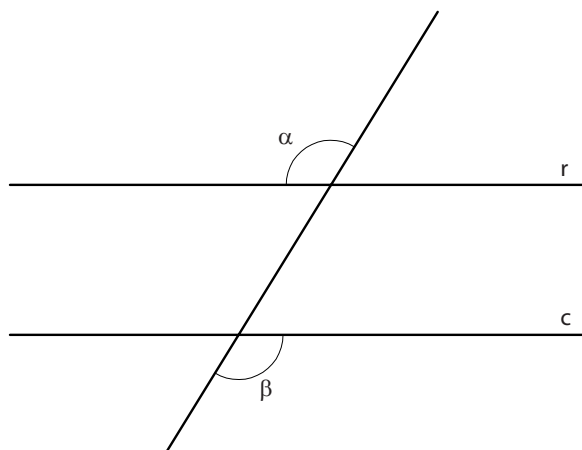
1.9.2. Relaciones métricas entre ángulos

Partiendo de dos rectas paralelas podemos establecer las siguientes relaciones métricas de igualdad entre los ángulos que se forman.

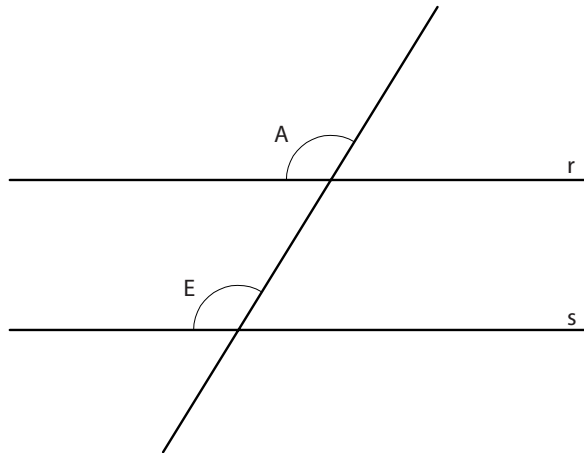
- *Opuestos por el vértice.* Aquellos cuyos lados son simétricos respecto al vértice.



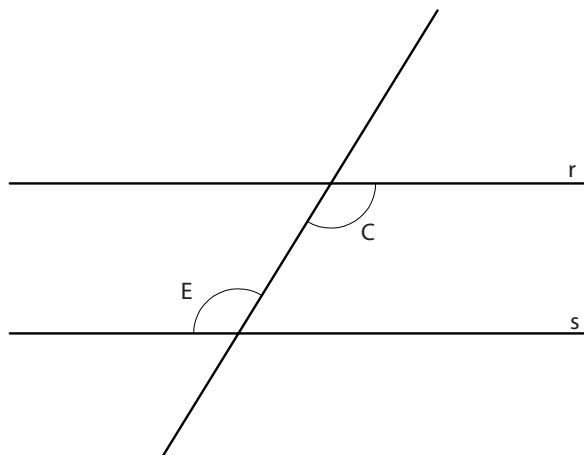
- *Alternos externos.* Aquellos que están en la parte exterior de las paralelas a distinto lado de ellas.



- *Correspondientes*. Aquellos que se encuentran al mismo lado de las paralelas y al mismo lado de la transversal.



- *Internos*. Aquellos que se encuentran distinto lado de las paralelas y al mismo lado de la transversal.



1.9.3. Operaciones con ángulos

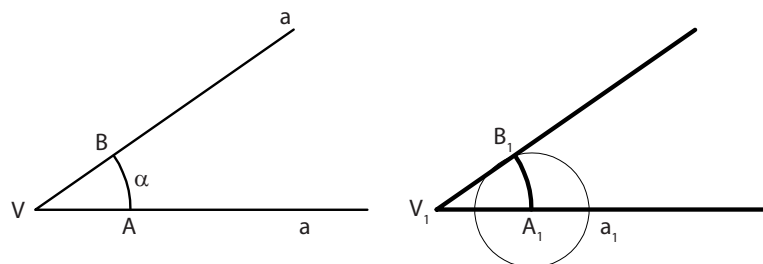
- **Construcción de un ángulo igual a otro.**

Partimos de un ángulo α . De lados a , b y vértice V .

Para construir uno igual trazamos un arco que corta a los lados del ángulo en A y B .

Sobre el lado a_1 en el que vamos a copiar el ángulo original trazamos el mismo arco obteniendo el punto A_1 . Trazamos un segundo arco con centro en A_1 y radio AB obteniendo un segundo punto B_1 .

El ángulo $A_1 V_1 B_1$ es igual que AVB .

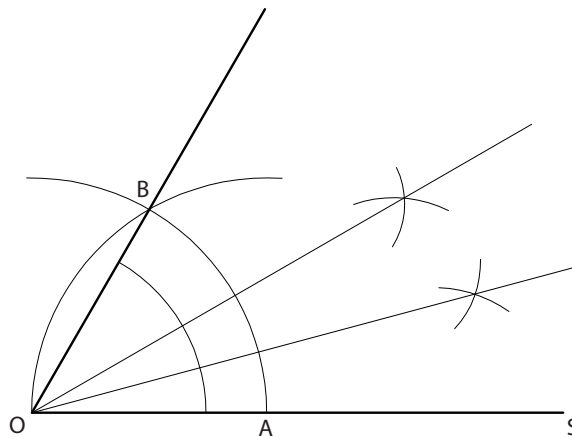


► **Construcción de ángulos con el compás**

■ **Ángulo de 60°**

Partimos de una recta s y un punto O que pertenece a la recta y será origen del ángulo de 60°.

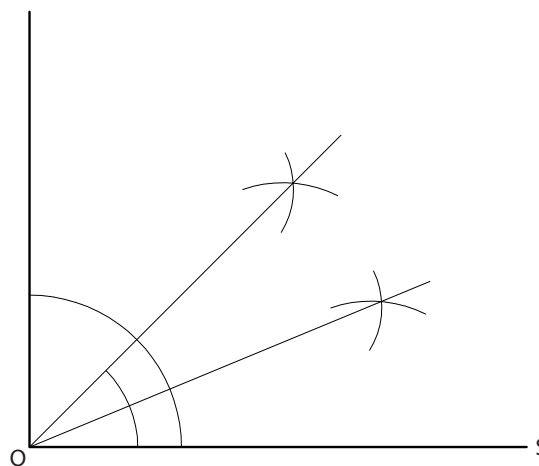
Trazamos un arco cualquiera que corta a la recta en A . Con centro en A y radio AO trazamos un segundo arco que corta al anterior en B . El ángulo BOA es de 60°. Mediante sucesivas bisectrices obtendremos ángulos de 30° y 15°.



■ **Ángulo de 90° y 45°**

Partimos de una recta s y un punto O que pertenece a la recta y será origen del ángulo de 90°.

La perpendicular a la recta s que pasa por O forma 90° con la misma y mediante el trazado de su bisectriz se obtendrá el ángulo de 45°.



■ **Otros ángulos se obtienen mediante la suma o resta de ángulos consecutivos.**

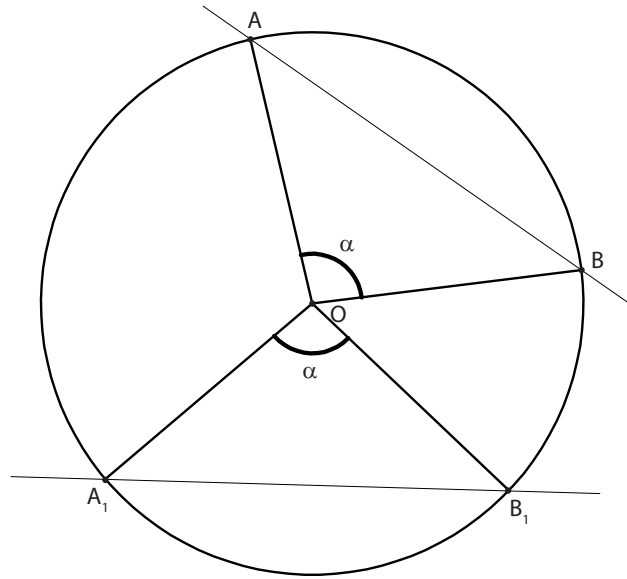
- *Ángulo de 75°*: Sumando 90° al de 15°
- *Ángulo de 105°*: Sumando 45° al de 60°
- *Ángulo de 120°*: Sumando 30° al de 90°
- *Ángulo de 135°*: Sumando 45° al de 90°
- *Ángulo de 150°*: Sumando 60° al de 90°

2. ÁNGULOS DE LA CIRCUNFERENCIA

2.1. ÁNGULO CENTRAL

Es aquel cuyo vértice coincide con el centro de una circunferencia y sus lados con dos radios de la misma. Su valor angular es igual, obviamente, al del arco de circunferencia interior a él; dicho arco se denomina arco correspondiente al ángulo.

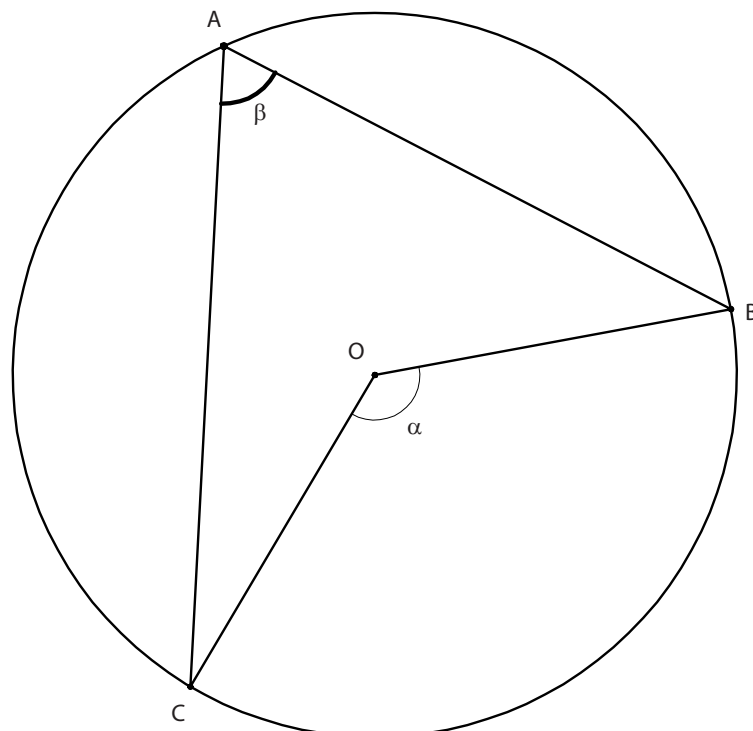
A arcos iguales corresponden ángulos centrales iguales y, de modo recíproco.



2.2. ÁNGULO INSCRITO β

Se llama ángulo inscrito en una circunferencia al que tiene su vértice sobre ella y sus lados son cuerdas de la misma.

Su valor angular, como se verá a continuación, es igual a la mitad del correspondiente al arco que abarcan sus lados. $\alpha = 2\beta$



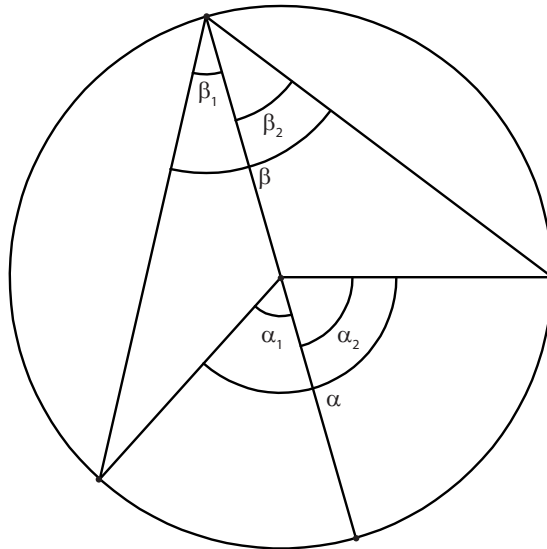
► Relación entre arco central y ángulo inscrito que abarca el mismo arco

En la misma figura, el triángulo ABO es isósceles, por ser iguales dos de sus lados (BO, OA), y el ángulo AON es llano, por estar alineados sus dos lados; por lo tanto,

$$(180 - \alpha) + 2\beta = 180$$

$$\alpha = 2\beta$$

De lo cual resulta que el ángulo central es doble del inscrito que abarca el mismo arco.



2.3. ÁNGULO SEMIINSCRITO β

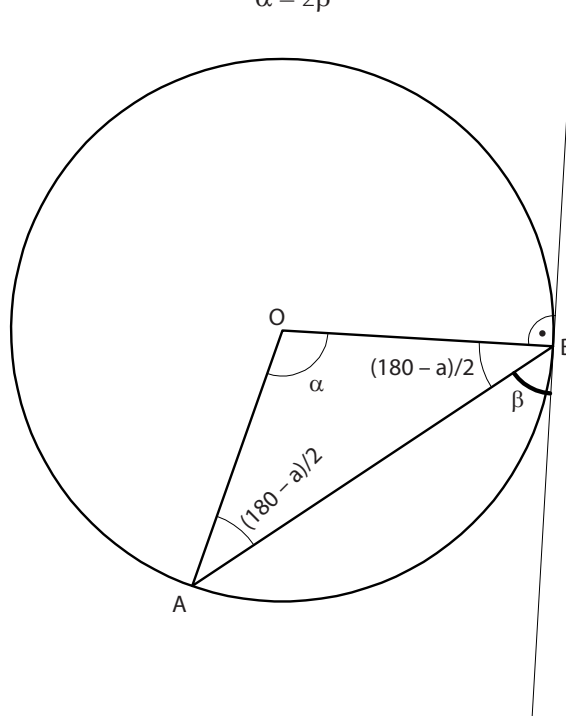
Se llama ángulo semiinscrito de una circunferencia a aquel cuyo vértice pertenece a una circunferencia, siendo uno de sus lados secante y el otro tangente a la misma.

El valor de un ángulo semiinscrito es también igual a la mitad del central correspondiente:

$$(180 - \alpha)/2 + \beta = 90$$

$$90 - \alpha/2 + \beta = 90$$

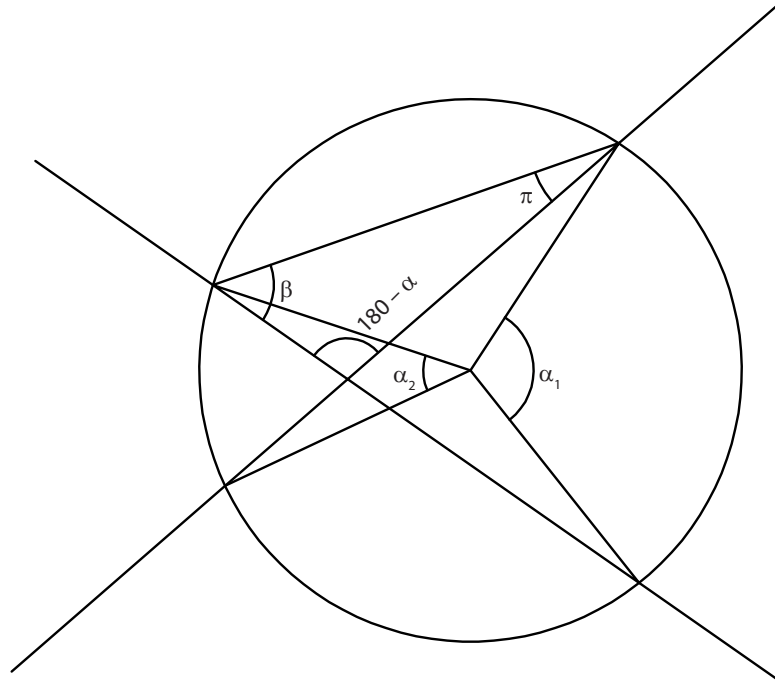
$$\alpha = 2\beta$$



2.4. ÁNGULO INTERIOR

Ángulo interior a una circunferencia es aquel cuyo vértice es un punto interior a dicha circunferencia y los lados secantes a la misma.

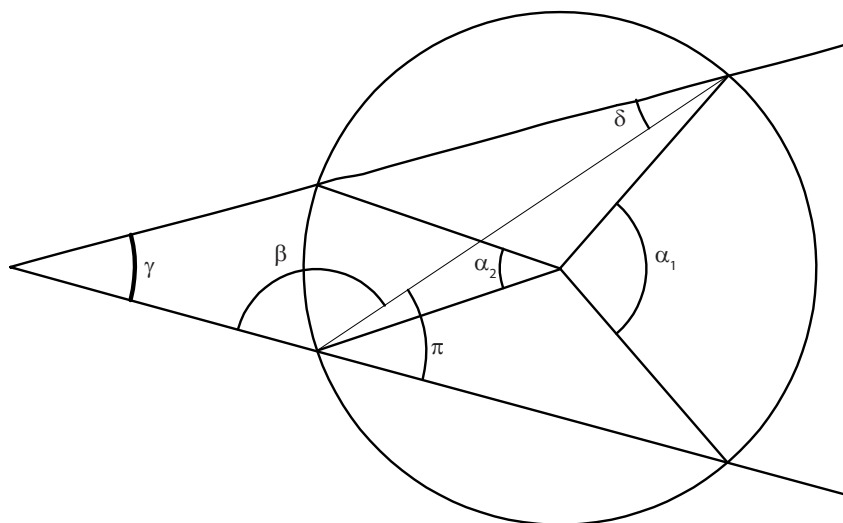
Su medida es igual a la semisuma de los arcos comprendidos entre sus lados y las prolongaciones de éstos.



2.5. ÁNGULO EXTERIOR

Ángulo exterior a una circunferencia es aquel cuyo vértice es exterior a la misma y cuyos lados son tangentes o secantes a ella.

Su medida es igual a la semidiferencia de los arcos comprendidos entre sus lados.



Determinar gráficamente la relación que existe entre los ángulos interiores de un hexágono regular y un triángulo equilátero, ambos inscritos en una misma circunferencia, y con tres de sus vértices coincidentes.

3. POTENCIA DE UN PUNTO RESPECTO A UNA CIRCUNFERENCIA

Se llama potencia de un punto P respecto a una circunferencia, situados en el mismo plano al valor constante del producto de los segmentos determinados por la circunferencia sobre una secante a ella que pasa por el punto dado. Dicho punto puede ser tanto exterior como interior a la circunferencia.

En la figura 65 los ángulos α y β son iguales, por ser ángulos inscritos que abarcan un mismo arco AC. Los triángulos APD y CBP son, asimismo, semejantes, al tener dos ángulos iguales (los dos citados y el ángulo en P, que es común). Se cumplirá, por lo tanto, que:

$$PA/PC = PD/PB; PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

Este producto, constante para cualquier secante que pase por P, representa la potencia de dicho punto respecto a la circunferencia dada.

Conforme la secante se aleja del centro, sin dejar de pasar por P, los valores de los segmentos PA, PB, tienden a igualarse; en la posición extrema, la secante se convierte en tangente y los valores de los segmentos interceptados se igualan:

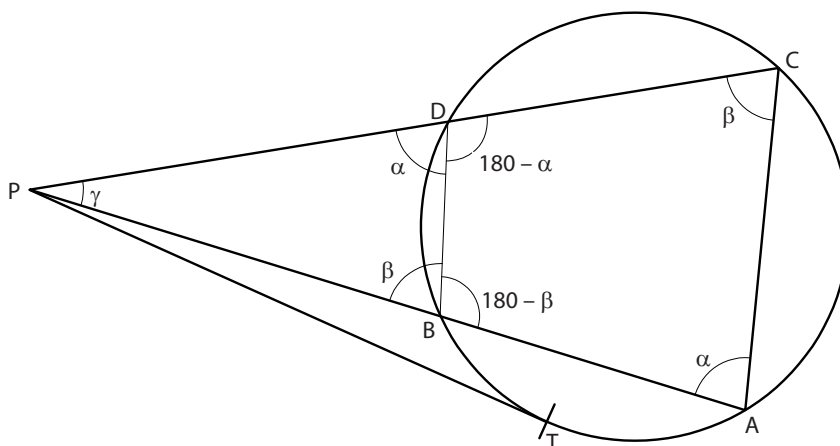
$$PA \cdot PB = PT \cdot PT = PT^2$$

Cuando el punto es exterior a la circunferencia, su potencia respecto a ella es igual al cuadrado del segmento tangente.

Otra expresión de la potencia de un punto respecto a una circunferencia. Eligiendo la secante que pasa por el centro de la circunferencia y, expresando el valor de la potencia en función de la distancia del punto al centro de la circunferencia y del radio de ésta,

$$PA \cdot PB = (d - r) \cdot (d + r) = d^2 - r^2$$

La potencia de un punto respecto a una circunferencia es igual al cuadrado de su distancia al centro menos el cuadrado del radio de aquélla.

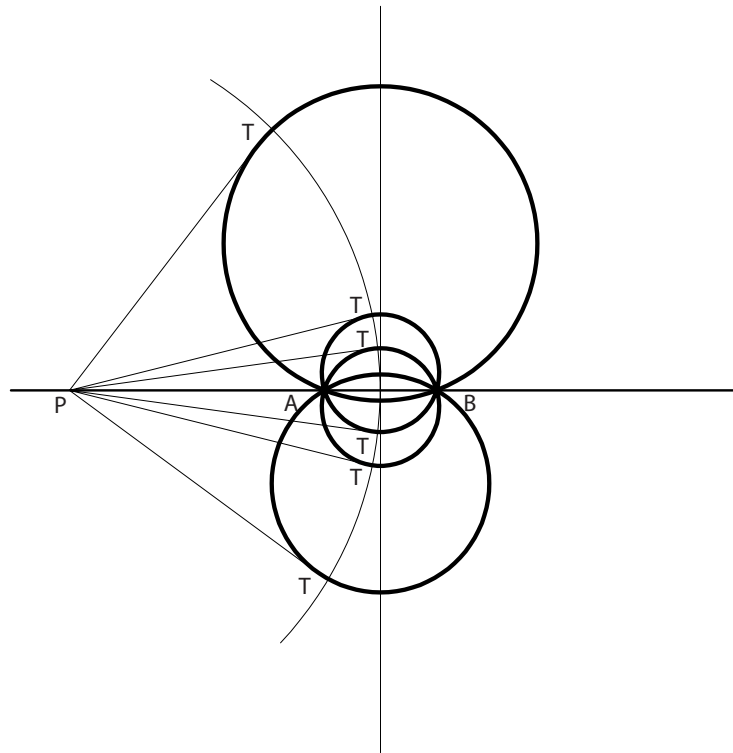


Potencia de un punto respecto a un haz de circunferencias. Dados los puntos fijos A, B, y trazado el haz de circunferencias que pasan por ellos, la recta determinada por dichos puntos es la secante común a todas las circunferencias del haz. Al elegir un punto exterior P que se encuentre en consecuencia, dicha recta, el producto $PA \times PB$ será igual para todas ellas, por lo que también habrá de serlo PT^2 y en consecuencia, el valor de PT.

$$PA \cdot PB = PT^2 = \text{cte}$$

$$PT = \text{cte}$$

El punto P, que pertenece a la secante común del haz, tiene la misma potencia respecto a todas las circunferencias de él.

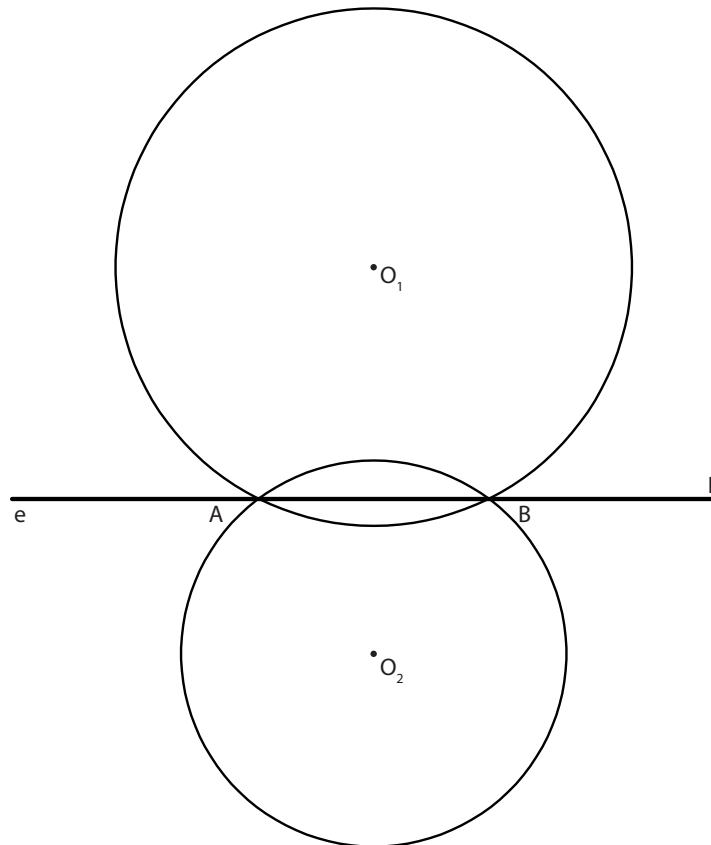


4. EJE RADICAL DE DOS CIRCUNFERENCIAS

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que tienen igual potencia respecto a las dos circunferencias.

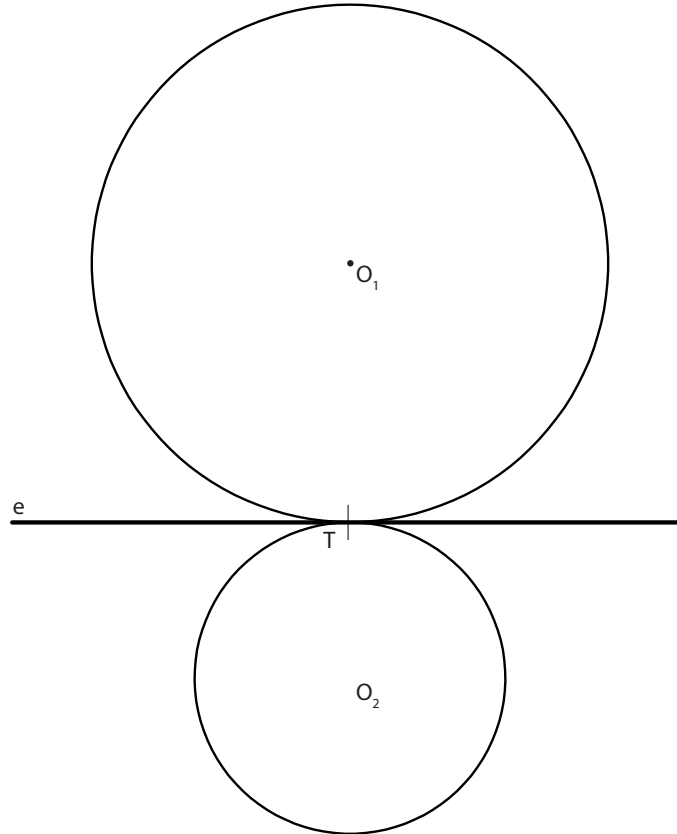
- Eje radical de dos circunferencias secantes

Es la recta que pasa por sus puntos de intersección, secante común a ambas. En efecto, como vimos antes, para cualquier punto P de dicha recta el producto $PA \cdot PB$ representa el valor de su potencia respecto a cada una de las dos circunferencias, y es, obviamente, igual para ambas.



■ Eje radical de dos circunferencias tangentes

Es la recta que pasa por el punto de tangencia y es perpendicular al segmento que une sus centros (tangente interior común a ambas).



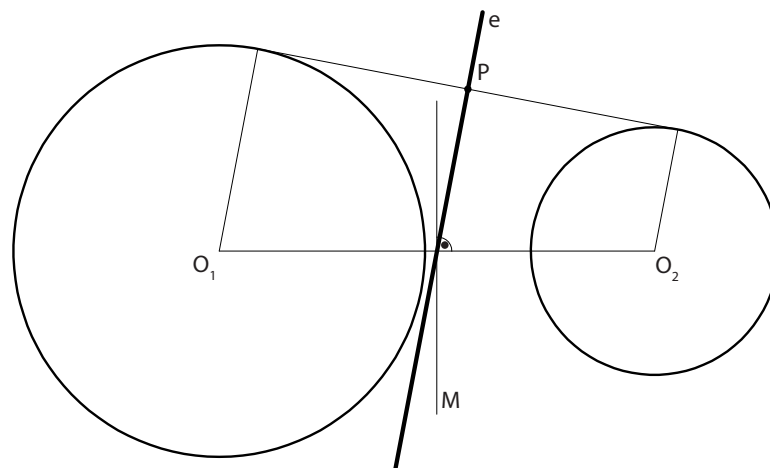
■ Eje radical de dos circunferencias exteriores o interiores

Es una recta perpendicular a la que une sus centros, situada de forma que la diferencia de los cuadrados de sus distancias a los dos centros sea igual a la diferencia de los cuadrados de los radios de las circunferencias.

Para hallarlo dibujaremos en primer lugar una recta tangente exterior a las dos circunferencias. Hallaremos el punto medio de dicha tangente P. Éste pertenecerá al eje radical por ser equidistante de los puntos de tangencia.

A continuación se halla la perpendicular que pasa por P a la recta que une los dos centros de las circunferencias, obteniéndose así el Eje Radical.

En el caso de que se tratase de dos circunferencias concéntricas, el eje radical sería impropio.

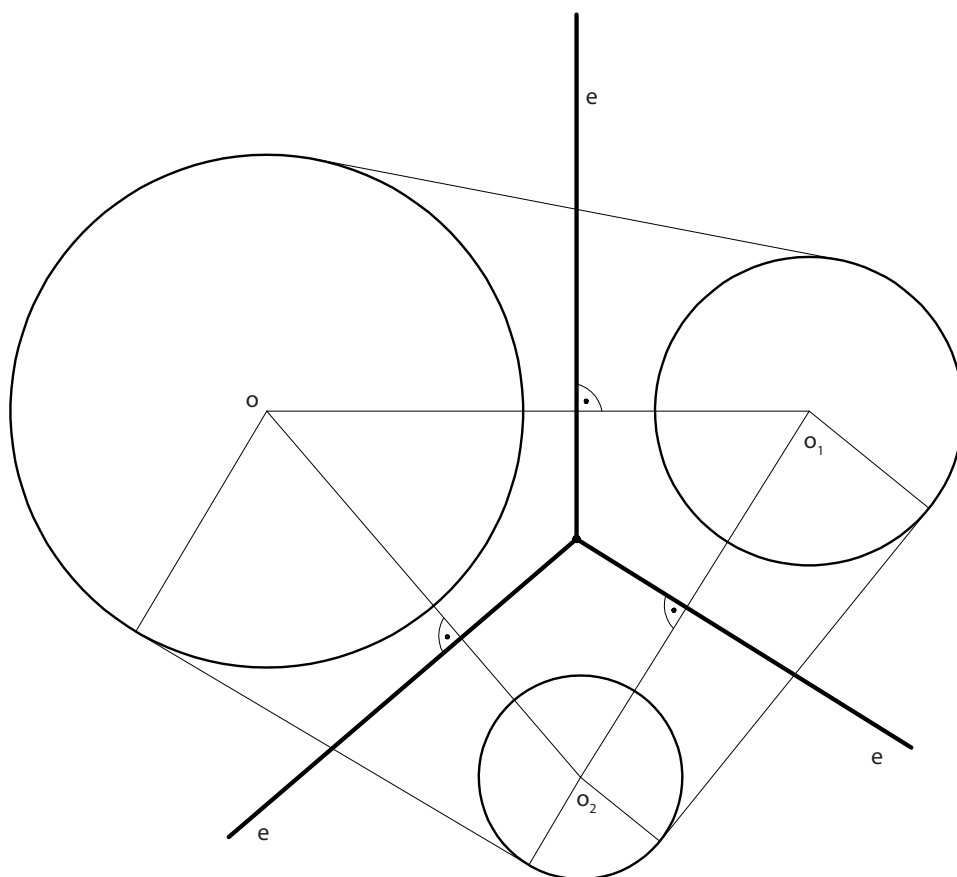


5. CENTRO RADICAL DE TRES CIRCUNFERENCIAS

Es el punto intersección de los ejes radicales correspondientes a dos pares cualesquiera de ellas. Es un punto que tiene igual potencia respecto a las tres circunferencias (las distancias desde las tangentes al mismo es idéntica).

Si las tres circunferencias tuviesen sus centros alineados, los ejes radicales correspondientes a dos pares cualesquiera de ellas serían paralelos, por lo que el centro radical de las tres (punto intersección de ambos ejes) sería un punto impropio.

Como consecuencia de lo dicho anteriormente, si desde un punto perteneciente al eje radical (caso de dos circunferencias) o desde el propio centro radical (caso de tres circunferencias) se trazan las tangentes a ellas, los segmentos tangentes $PT, PT', PT'' \dots$ que se obtienen, son iguales para todas (Fig. 41, en la que se recogen algunos de los casos posibles).



Si partimos de tres circunferencias exteriores en el plano. ¿Pueden tener un eje radical? Si nos referimos al término centro radical, ¿qué elementos son los mínimos que intervienen?



Las potencias tienen una aplicación muy clara en la resolución de casos de tangencias. Serán tratados en el tema 52: Tangencias y Enlaces.

6. ARCO CAPAZ

6.1. DEFINICIÓN Y CONSTRUCCIÓN

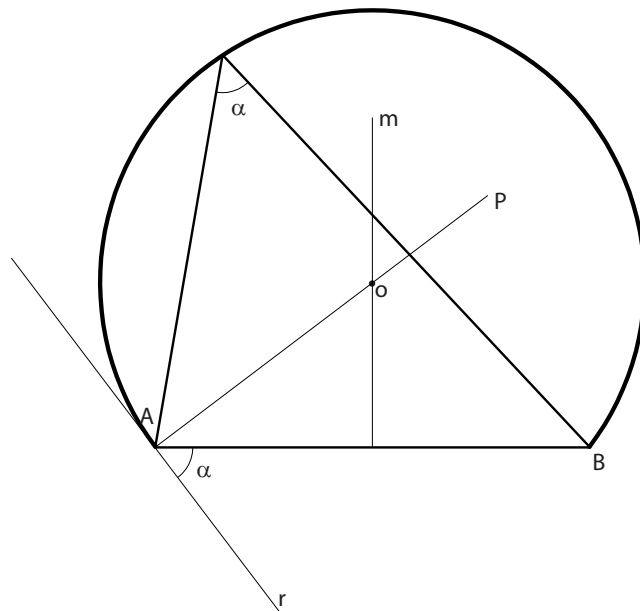
Dados dos puntos fijos A y B, se llama arco capaz al lugar geométrico de los puntos de una circunferencia que forman con esos puntos fijos un ángulo constante.

► Construcción del arco capaz de un ángulo de un determinado nº de grados (C) respecto a un segmento AB

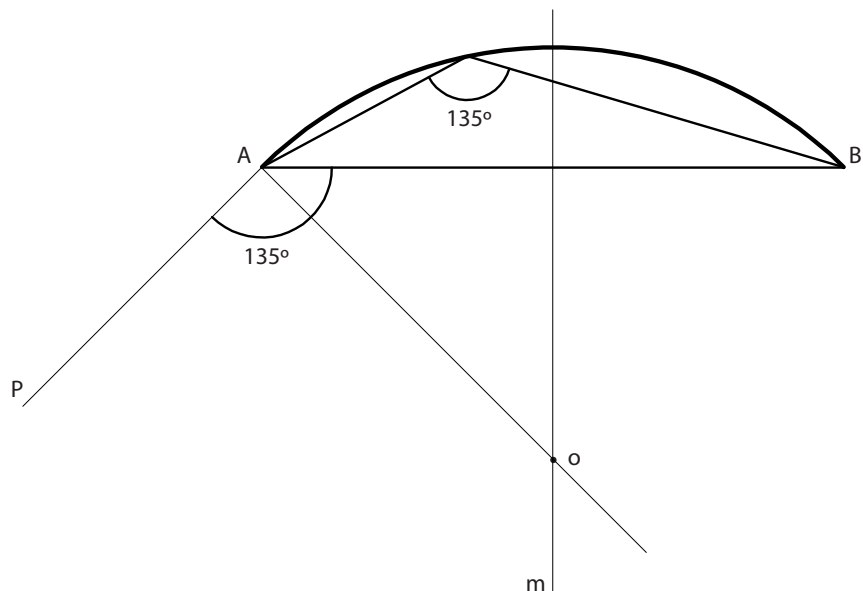
1. Se transporta el ángulo dado, α , apoyado bajo el segmento AB formando la recta r.
2. Por A se traza una recta p perpendicular a la semirrecta r.
3. Se traza la mediatriz m del segmento AB.
4. El punto de corte de la mediatriz y la semirrecta p es el centro O del arco capaz.

Esto determina tres tipos de arco:

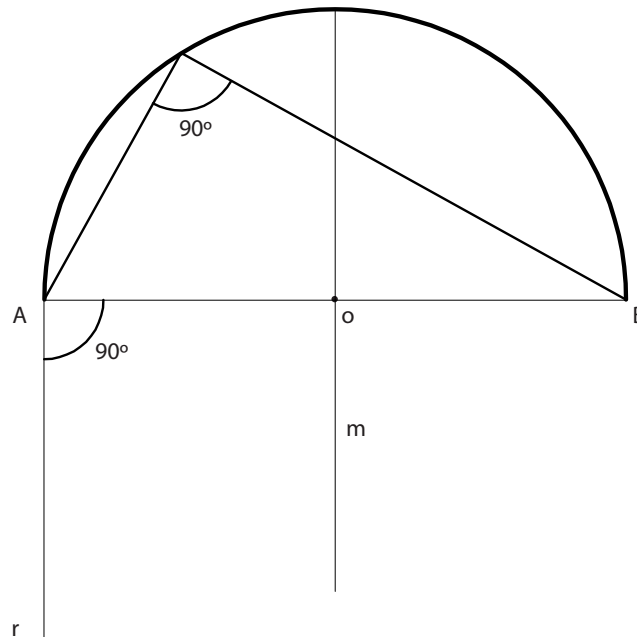
- Arco capaz de un ángulo agudo.



- Arco capaz de un ángulo obtuso.



- Arco capaz de un ángulo recto (Semicircunferencia).



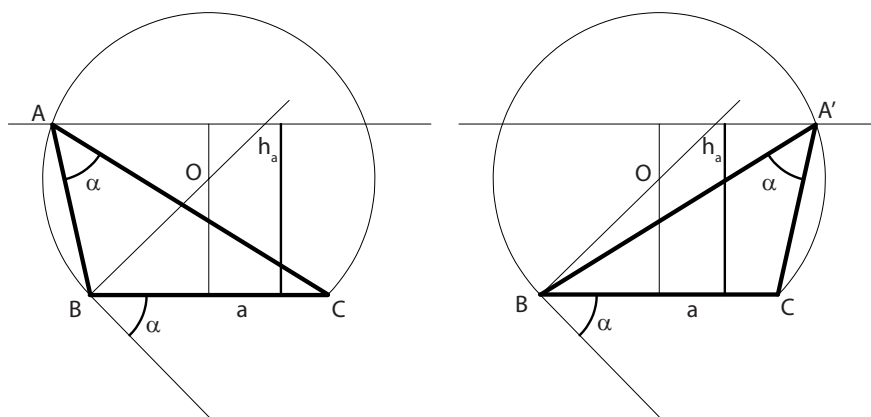
6.2. APLICACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

6.2.1. Determinar el arco capaz de 135° para el segmento AB

- Se transporta el ángulo dado, 135° , apoyado bajo el segmento AB formando la recta r.
- Por A se traza una recta p perpendicular a la semirrecta r.
- Se traza la mediatriz m del segmento AB.
- El punto de corte de la mediatriz y la semirrecta p es el centro O del arco capaz.

6.2.2. Construcción de un triángulo conocidos un lado a, la altura correspondiente a dicho lado h_a y el ángulo opuesto α

- Partimos del lado a y trazamos el arco capaz de l ángulo conocido α .
- Trazamos una paralela al lado conocido a una distancia h_a por ser el lugar geométrico que determina la altura.
- Los puntos A y A' de corte de dicha recta con el arco capaz son los posibles vértices de A.
- Los triángulos ABC y A'BC son las dos posibles soluciones.



■ Determinar gráficamente la construcción que nos permite determinar el punto desde el que se ven dos segmentos bajo dos ángulos dados.

CONCLUSIÓN

La comprensión de los distintos conceptos y construcciones de este tema tendrá gran importancia en el desarrollo y estudio de los siguientes temas ya que son los fundamentos geométricos fundamentales en los que se basa la geometría.

Así, en el estudio de polígonos (tema 48) necesitaremos los conceptos básicos tratados capítulo 1 del tema para poder realizar cada una de las construcciones.

En temas posteriores, como Tangencias (tema 52) o curvas cónicas (tema 53), el estudio de circunferencia y las relaciones que se establecen entre sus ángulos, ayudará a solucionar muchos de los ejercicios que se plantearán.

Por último, las construcciones tratadas en los capítulos 3 y 4 se repetirán continuamente, en forma de construcciones auxiliares para simplificar y facilitar la elaboración y posterior resolución de construcciones más complejas.



BIBLIOGRAFÍA



BIBLIOGRAFÍA REFERIDA

CORBELLA BARRIOS, D. (1993): *Técnicas de representación geométrica*. Madrid: Díaz de Santos.

CORBELLA BARRIOS, D. (2002): *Expresión gráfica. Guía didáctica*. Madrid: Díaz de Santos.

GARCÍA GÓMEZ, T. (2003): *Prácticas de Dibujo técnico*. Granada: Alarcón.

IZQUIERDO ASENSI, F. (1998): *Dibujo técnico*. Madrid: Anaya.

PARÉ, E. G. (1987): *Descriptive Geometry*. New Jersey: Prentice Hall.

PUIG ADAM, P. (1986): *Geometría Métrica. Fundamentos (2 tomos)*. Madrid: Euler.

RODRÍGUEZ de ABAJO, F. J. (2003): *Dibujo Técnico*. San Sebastián: Donostiarra.

RODRÍGUEZ de ABAJO, F. J. y ÁLVAREZ BENGOA, V. (2003): *Curso de Dibujo Geométrico y de Croquización*. San Sebastián: Donostiarra.

SANDOVAL GUERRA, A. (2002): *Dibujo Técnico 1*. Santander: Sandoval.

SANDOVAL GUERRA, A. (2002): *Dibujo Técnico 1. Guía didáctica y proyecto curricular del profesor*. Santander: Sandoval.

VILLANUEVA, LL., MESTRES, J. y LLABOT, M. (2009): *Dibujo Técnico 2*. Madrid: Anaya.

RESUMEN

47. Construcciones geométricas fundamentales. Ángulos en la circunferencia, arco capaz, potencia, eje y centro radical.

- 47.1. Construcciones geométricas fundamentales: paralelismo, perpendicularidad, ángulos, circunferencia, otras construcciones geométricas.
- 47.2. Ángulos en la circunferencia.
- 47.3. Potencia de un punto respecto de una circunferencia.
- 47.4. Eje radical de dos circunferencias.
- 47.5. Centro radical de tres circunferencias.

1. CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS FUNDAMENTALES: PARALELISMO, PERPENDICULARIDAD, ÁNGULOS, CIRCUNFERENCIA, OTRAS CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

1.1. ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

- Punto: Es resultado de la intersección de dos líneas.
- Línea recta: Es una sucesión de puntos en una misma dirección.
- Segmento: Parte de una recta definida por dos puntos de la misma y los situados entre ambos.
- Semirrecta: Un punto determina sobre una recta dos semirrectas.
- Línea curva: Sucesión de puntos que no están en la misma dirección.
- Plano: Es la superficie determinada por tres puntos no alineados; dos rectas que se cortan: dos rectas paralelas; una recta y un punto exterior.
- Ángulo: Porción de un plano que delimitan dos semirrectas con un origen común.

1.2. PARALELISMO

Rectas paralelas son aquellas que estando en un mismo plano, no se cortan por más que se prolonguen en un espacio finito, sino que equidistan en toda su longitud.

1.3. PERPENDICULARIDAD

La de menor distancia y que corta a una recta formando un ángulo de 90° es la perpendicular.

La recta que forma 90° por el punto medio de un segmento recibe el nombre de mediatriz.

1.4. BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

La recta que divide un ángulo en dos partes iguales se denomina bisectriz. Dicha bisectriz es eje de simetría del ángulo.

1.5. TRIÁNGULOS

El triángulo es la figura plana limitada por tres rectas que se cortan dos a dos. Tiene tres lados y tres ángulos.

La suma de los tres ángulos de un triángulo es 180° .

► Clasificación

Según sus lados:

- **Equilátero**, tiene los tres lados y los tres ángulos iguales.
 - **Isósceles**, tiene dos lados y dos ángulos iguales.
 - **Escaleno**, los tres lados y ángulos son desiguales.
- Según sus ángulos:
- **Acutángulo**, los tres ángulos son agudos.
 - **Rectángulo**, tiene un ángulo recto.
 - **Obtusángulo**, uno de sus ángulos es obtuso.

► Líneas y puntos notables del triángulo

- Circuncentro y circunferencia circunscrita
 - **Mediatriz de un lado**: es la recta perpendicular al lado que lo divide en dos segmentos de igual longitud.
 - Circuncentro: Punto de corte de las tres mediatrices del triángulo.
 - Circunferencia circunscrita. Centro el circuncentro y radio la distancia a uno de sus vértices.
- Baricentro.
 - **Mediana de un lado**: es la recta que une un vértice con la mitad del lado opuesto.
 - El punto de corte de las tres medianas de un triángulo es el baricentro.
- Incentro y circunferencia inscrita.
 - **Bisectriz del ángulo de un triángulo**: es la recta que lo divide en dos partes iguales.
 - El punto de corte de las tres bisectrices de los ángulos de un triángulo es el incentro I.
 - La circunferencia de centro I y radio la perpendicular desde el incentro a cualquiera de los lados es la circunferencia inscrita en el triángulo.
- Ortocentro
 - **Altura de un triángulo**: es la recta perpendicular desde un vértice hasta el lado opuesto.
 - El punto de corte de las tres alturas de un triángulo es el ortocentro O.
 - Uniendo los pies de las perpendiculares se obtiene el triángulo órtico del anterior y O_c es el centro de la circunferencia inscrita en este triángulo.

1.6. CUADRILÁTEROS

Un cuadrilátero es una figura plana poligonal cerrada, compuesta por cuatro rectas que se cortan dos a dos.

Tiene dos diagonales (unión de dos vértices no consecutivos) y cada una de ellas divide al cuadrilátero en dos triángulos.

► Clasificación

- **Paralelogramo.** Lados paralelos dos a dos.
 1. **Cuadrado.** Lados iguales, ángulos de 90° , diagonales iguales y perpendiculares entre sí.
 2. **Rectángulo.** Lados iguales y paralelos dos a dos, ángulos de 90° . Las diagonales son iguales, oblicuas y se bisecan.
 3. **Rombo.** Los cuatro lados iguales y paralelos dos a dos pero oblicuos entre sí. Las diagonales son desiguales, perpendiculares y se bisecan.
 4. **Romboide.** Lados iguales y paralelos dos a dos. Las diagonales son desiguales, oblicuas y se bisecan.
- **Trapezios.** Dos lados paralelos y dos oblicuos.
 1. **Trapezio rectángulo.**
 2. **Trapezio isósceles.**
 3. **Trapezio escaleno.**
- **Trapezoides** No tienen ningún lado paralelo. Tanto los ángulos como los lados son diferentes. Las diagonales son desiguales, oblicuas y no se bisecan.

1.7. LUGAR GEOMÉTRICO. CIRCUNFERENCIA

- **Lugar geométrico.** Es el conjunto de los puntos del plano que cumplen una condición determinada o gozan de una propiedad común.
- La **circunferencia** es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de otro fijo.

1.8. TANGENCIAS ENTRE RECTAS Y CIRCUNFERENCIAS

► Relaciones geométricas básicas entre las rectas y las circunferencias

1. Si dos circunferencias son tangentes entre sí, el punto de tangencia está contenido en la recta que une los centros si son exteriores o en su prolongación si son interiores.
2. Si una recta y una circunferencia son tangentes, el punto de tangencia es el pie de la perpendicular trazada desde el centro de dicha circunferencia a la recta tangente.
3. El centro de una circunferencia se encuentra en la mediatriz de la cuerda que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.
4. La bisectriz de dos rectas contiene el centro de la circunferencia tangente a ambas.

1.9. ÁNGULOS

Llamamos plano a la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen un mismo punto de origen.

1.9.1. Definición, clases

► Definición

Llamamos plano a la parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen un mismo punto de origen.

► Clases de ángulos

- Ángulo agudo.
- Ángulo obtuso.
- Ángulo recto.
- Ángulo llano.
- Adyacentes o consecutivos.
- Ángulos complementarios.
- Ángulos suplementarios.

1.9.2. Relaciones métricas entre ángulos

- Opuestos por el vértice.
- Alternos externos.
- Correspondientes.
- Internos.

1.9.3. Operaciones con ángulos

► Construcción de un ángulo igual a otro

Partimos de un ángulo α . De lados a, b y vértice V .

Para construir uno igual trazamos un arco que corta a los lados del ángulo en A y B .

Sobre el lado a_1 en el que vamos a copiar el ángulo original trazamos el mismo arco obteniendo el punto A_1 . Trazamos un segundo arco con centro en A_1 y radio AB obteniendo un segundo punto B_1 .

El ángulo $A_1 V_1 B_1$ es igual que AVB .

► Construcción de ángulos con el compás

■ Ángulo de 60°

Partimos de una recta s y un punto O que pertenece a la recta y será origen del ángulo de 60° .

Trazamos un arco cualquiera que corta a la recta en A . Con centro en A y radio AO trazamos un segundo arco que corta al anterior en B . El ángulo BOA es de 60° . Mediante sucesivas bisectrices obtendremos ángulos de 30° y 15° .

■ Ángulo de 90° y 45°

Partimos de una recta s y un punto O que pertenece a la recta y será origen del ángulo de 90° .

La perpendicular a la recta s que pasa por O forma 90° con la misma y mediante el trazado de su bisectriz se obtendrá el ángulo de 45° .

■ Otros ángulos se obtienen mediante la suma o resta de ángulos consecutivos

- *Ángulo de 75° :* Sumando 90° al de 15° .
- *Ángulo de 105° :* Sumando 45° al de 60° .
- *Ángulo de 120° :* Sumando 30° al de 90° .
- *Ángulo de 135° :* Sumando 45° al de 90° .
- *Ángulo de 150° :* Sumando 60° al de 90° .

2. ÁNGULOS DE LA CIRCUNFERENCIA

2.1. ÁNGULO CENTRAL

Es aquel cuyo vértice coincide con el centro de una circunferencia y sus lados con dos radios de la misma.

2.2. ÁNGULO INSCRITO β

Se llama ángulo inscrito en una circunferencia al que tiene su vértice sobre ella y sus lados son cuerdas de la misma.

2.3. ÁNGULO SEMIINSCRITO β

Se llama ángulo semiinscrito de una circunferencia a aquel cuyo vértice pertenece a una circunferencia, siendo uno de sus lados secante y el otro tangente a la misma.

2.4. ÁNGULO INTERIOR

Ángulo interior a una circunferencia es aquel cuyo vértice es un punto interior a dicha circunferencia y los lados secantes a la misma.

2.5. ÁNGULO EXTERIOR

Ángulo exterior a una circunferencia es aquel cuyo vértice es exterior a la misma y cuyos lados son tangentes o secantes a ella.

3. POTENCIA DE UN PUNTO RESPECTO A UNA CIRCUNFERENCIA

Se llama potencia de un punto P respecto a una circunferencia, situados en el mismo plano al valor constante del producto de los segmentos determinados por la circunferencia sobre una secante a ella que pasa por el punto dado. Dicho punto puede ser tanto exterior como interior a la circunferencia.

4. EJE RADICAL DE DOS CIRCUNFERENCIAS

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que tienen igual potencia respecto a las dos circunferencias.

Eje radical de dos circunferencias secantes.

Eje radical de dos circunferencias tangentes.

Eje radical de dos circunferencias exteriores o interiores.

5. CENTRO RADICAL DE TRES CIRCUNFERENCIAS

Es el punto intersección de los ejes radicales correspondientes a dos pares cualesquiera de ellas.

6. ARCO CAPAZ

6.1. DEFINICIÓN Y CONSTRUCCIÓN

Lugar geométrico de los puntos de una circunferencia que forman con esos puntos fijos un ángulo constante.

Bisectriz del ángulo de un triángulo: es la recta que lo divide en dos partes iguales.

El punto de corte de las tres bisectrices de los ángulos de un triángulo es el incentro I.

La circunferencia de centro I y radio la perpendicular desde el incentro a cualquiera de los lados es la circunferencia inscrita en el triángulo.

► Ortocentro

Altura de un triángulo: es la recta perpendicular desde un vértice hasta el lado opuesto.

El punto de corte de las tres alturas de un triángulo es el ortocentro O.

Uniendo los pies de las perpendiculares se obtiene el triángulo órtico del anterior y Oc es el centro de la circunferencia inscrita en este triángulo.

6.2. CUADRILÁTEROS

Un cuadrilátero es una figura plana poligonal cerrada, compuesta por cuatro rectas que se cortan dos a dos.

Tiene dos diagonales (unión de dos vértices no consecutivos) y cada una de ellas divide al cuadrilátero en dos triángulos.

AUTOEVALUACIÓN

1. Construye un triángulo rectángulo conociendo que su altura sobre la hipotenusa MA mide 3 cm, y la proyección de uno de los catetos sobre la hipotenusa MC mide 2 cm.
2. A partir del triángulo anterior determinar su baricentro e incentro.
3. Hallar la circunferencia circunscrita a un triángulo de lados 3 cm, 6 cm y 8 cm.
4. Trazado de un triángulo rectángulo conocidos la hipotenusa (a) y la diferencia de los catetos (b – c).
$$a = 8 \text{ cm}$$
$$b - c = 3 \text{ cm}$$
5. Determinar el arco capaz de 60° de un segmento AB de 8 cm.
6. Trazado de un cuadrado del que se conocen la suma de la diagonal más un lado.
$$d + l = 10 \text{ cm}$$
7. Dibuja un cuadrilátero inscribible en una circunferencia con los siguientes datos.
 - Diagonal del cuadrilátero AC = 11 cm
 - Lado AB = 5 cm
 - Diagonal del cuadrilátero BD = 7 cm
 - Ángulo de D = $7,5^\circ$
8. Dibujar un ángulo, con la ayuda de un compás de 75° a partir de otro de 45° .
9. Determinar el punto V desde el que se ven los segmentos AB y BC bajo los ángulos de 45° y 120° , respectivamente.
10. Definir el Eje Radical de dos circunferencias y comparar su posición con respecto a las circunferencias en los siguientes casos.
 - a. Circunferencias exteriores.
 - b. Circunferencias tangentes.
 - c. Circunferencias secantes.

